锦宏教育微信公众号：jh985211　　锦宏教育客服微信：18117901643

2026－2027学年度上期高2028届期中考试

数学试卷

考试时间：120 分钟　　满分：150 分

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．作答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；作答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将答题卡交回。

第Ⅰ卷（选择题，共 58 分）

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．直线 $x-\sqrt{3}y+1=0$ 的倾斜角为（　　）

A．150°　　B．120°　　C．60°　　D．30°

2．已知空间向量 $\boldsymbol{a}=(2,0,0)$，$\boldsymbol{b}=\left(-\frac{3}{2},\frac{3\sqrt{3}}{2},0\right)$，则 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$ 等于（　　）

A．$\sqrt{7}$　　B．$\sqrt{13}$　　C．$\sqrt{19}$　　D．5

3．已知动点 P 到两个定点 $F_1(0,-2)$、$F_2(0,2)$ 的距离之和等于 6，则点 P 的轨迹方程为（　　）

A．$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$　　B．$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$　　C．$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$　　D．$\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{9}=1$

4．在三棱锥 $O-ABC$ 中，设 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{c}$．点 M 为棱 AB 的中点，点 N 为线段 CM 的中点，则 $\overrightarrow{ON}=$（　　）

A．$\frac{1}{2}\boldsymbol{a}+\frac{1}{4}\boldsymbol{b}+\frac{1}{4}\boldsymbol{c}$　　B．$\frac{1}{4}\boldsymbol{a}+\frac{1}{4}\boldsymbol{b}+\frac{1}{2}\boldsymbol{c}$　　C．$\frac{1}{4}\boldsymbol{a}+\frac{1}{2}\boldsymbol{b}+\frac{1}{4}\boldsymbol{c}$　　D．$\frac{1}{3}\boldsymbol{a}+\frac{1}{3}\boldsymbol{b}+\frac{1}{3}\boldsymbol{c}$

5．设 F_1，F_2 是椭圆 C：$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ 的两个焦点，点 P 在 C 上，且 $PF_1\perp PF_2$，则 $|PF_1|\cdot|PF_2|=$（　　）

A．2　　B．4　　C．6　　D．8

6．已知空间四点 $A(1,1,0)$，$B(0,1,1)$，$C(1,0,1)$，$D(2,2,t)$，若 A、B、C、D 四点共面，则 $t=$（　　）

A．2　　B．0　　C．-2　　D．-4

7．已知圆 C：$x^2+y^2-2x-3=0$，直线 l：$mx-y+1=0(m\in\mathbb{R})$，则直线 l 被圆 C 截得的弦长的最小值为（　　）

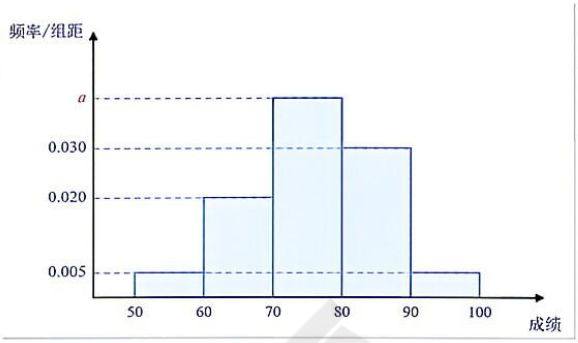
A．2　　B．$2\sqrt{2}$　　C．$2\sqrt{3}$　　D．4

8．已知椭圆 E：$\frac{x^2}{4}+y^2=1$，点 $M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$ 是 E 上两点，且 $\frac{x_1x_2}{4}+y_1y_2=0$，则 $|x_1+y_1-4|+|x_2+y_2-4|$ 的最大值为（　　）

A．$8+2\sqrt{10}$　　B．$8+\sqrt{10}$　　C．$8+2\sqrt{5}$　　D．$4+\sqrt{10}$

二、多项选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分.

9．某校随机抽取 100 名学生的数学成绩（单位：分），分成 $[50,60)$，$[60,70)$，$[70,80)$，$[80,90)$，$[90,100]$ 五组，绘制成频率分布直方图如图所示．则下列说法中正确的是（　　）



A．$a=0.045$

B．估计样本的平均数为 76 分

C．估计样本的中位数为 76.25 分

D．估计样本的第 80 百分位数为 85 分

10．在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 E、F 分别为棱 BB_1、DD_1 的中点，，则下列说法中正确的是（　　）

A．直线 A_1C 与平面 $ABCD$ 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

B．异面直线 A_1B 与 AD_1 所成的角为 $\frac{\pi}{6}$

C．平面 A_1BD 与平面 A_1EF 的夹角余弦值为 $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

D．平面 A_1EF 截该正方体所得截面的形状为正方形

11．已知两点 $A(-2,0)$，$B(2,0)$，记方程

$$(x+2)(x-2)+mxy+ny^2=0(\text{其中 } m\in\mathrm{R}\text{，}n>0)$$

所表示的曲线为 $\Gamma_{m,n}$，则下列说法中正确的是（　　）

A．曲线 $\Gamma_{0,1}$ 表示以 AB 为直径的圆

B．曲线 $\Gamma_{0,4}$ 上异于 A、B 的点 P 与 A、B 连线的斜率之积为 -4

C．曲线 $\Gamma_{m,n}$ 关于直线 $y=x$ 对称的充要条件是 $n=1$

D．对任意 $n>0$、$m^2<4n$，曲线 $\Gamma_{m,n}$ 中所有斜率为 1 的平行弦的中点都在直线 $(2+m)x+(m+2n)y=0$ 上

第Ⅱ卷（非选择题，共 92 分）

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12．已知事件 A,B 相互独立，且 $P(A)=\frac{1}{3}$，$P(B)=\frac{1}{2}$，则 $P(\overline{A}B)=$ _____.

13. 已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1，F_2，过 F_1 且垂直于 x 轴的直线与 C 交于 A、B 两点．若 $\triangle ABF_2$ 为正三角形，则 C 的离心率为 _____.

14. 已知线段 AB 的长为 6，端点 A、B 分别在 x 轴、y 轴上滑动，R 为线段 AB 的中点，则点 R 的轨迹方程为 _____；已知点 $P(0,9)$，点 Q 为直线 l：$x+y-10=0$ 上的动点，则 $|RQ|+\frac{1}{3}|PR|$ 的最小值为 _____.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (13 分) 某校高二年级有男生 600 人、女生 400 人，现按性别进行分层随机抽样，从中抽取容量为 50 的样本.对这 50 名学生的一次体能测试成绩(单位：分)进行统计，得到男生样本的平均数为 220、方差为 70，女生样本的平均数为 210、方差为 40.

(1) 求样本中男生、女生的人数；

(2) 求这 50 名学生成绩的平均数；

(3) 分层随机抽样的样本方差可按下式计算：

$$s^2=\frac{n_1}{n}[s_1^2+(\overline{x}_1-\overline{x})^2]+\frac{n_2}{n}[s_2^2+(\overline{x}_2-\overline{x})^2]$$

其中 n 为样本容量，n_1、n_2 分别为两层的样本量，$\overline{x}_1$、s_1^2 与 $\overline{x}_2$、s_2^2 分别为两层的样本平均数与样本方差，$\overline{x}$ 为总样本平均数．求这 50 名学生成绩的样本方差，并据此估计该校高二年级全体学生体能测试成绩的方差.

16. (15 分) 已知圆 O：$x^2+y^2=4$，点 $A(2,4)$，过点 A 作圆 O 的两条切线，切点分别为 M、N.

(1) 求这两条切线的方程，并求 $|MN|$ 的长；

(2) 过点 A 的直线 l 与圆 O 交于 D、E 两点，求 $\triangle ODE$ 面积的最大值.

17. (15分) 在平面直角坐标系 xOy 中，矩形 $OABC$ 的四个顶点分别为 $O(0,0)$，$A(4,0)$，$B(4,2)$，$C(0,2)$，点 D 为边 BC 的中点.

(1) 求 $\triangle OBD$ 的外接圆的方程；

(2) 将 $\triangle ABD$ 沿直线 AD 翻折到 $\triangle AED$ 的位置 (点 B 的对应点为 E)，使得平面 $EAD \perp$ 平面 $OADC$.

① 证明：$OD \perp$ 平面 EAD；

② 求点 C 到直线 AE 的距离.

18. (17分) 已知椭圆 Γ：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 经过两点 $(3,0)$，$\left(\sqrt{3},\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$.

(1) 求 Γ 的方程；

(2) 已知点 $A(0,1)$，$B(0,-1)$，设点 $C(x_0,y_0)(x_0y_0\neq 0)$ 在 Γ 上，直线 AC、BC 分别与 Γ 交于另一点 D、E.

① 求直线 DE 的方程 (用 x_0，y_0 表示)；

② 过点 C 作 DE 的垂线，交直线 DE 于点 T，试问 $\triangle TAB$ 的周长是否为定值？若是，请求出该定值；若不是，请说明理由.

19. (17分) 在三棱锥 $P-ABC$ 中，$PC \perp$ 平面 ABC，$PC=2\sqrt{3}$，$AC=2$. 点 B 在平面 ABC 内运动 (不与 A、C 共线)，在运动过程中始终保持 $\angle APB=30°$. 记平面 ABC 为 α.

(1) 求直线 PA 与平面 ABC 所成角的大小；

(2) 以 C 为原点、CA 为 x 轴正方向、α 为 xOy 坐标平面建立空间直角坐标系，求点 B 在 α 内的轨迹 Γ 的方程，并求三棱锥 $P-ABC$ 体积的最大值；

(3) 求点 C 到平面 PAB 距离的最大值.

锦宏教育微信公众号：jh985211　　锦宏教育客服微信：18117901643

参考答案与评分细则

一、单项选择题(每小题 5 分,共 40 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	A	D	B	D	C	B	B

二、多项选择题(每小题 6 分,共 18 分)

题号	9	10	11
答案	BCD	AC	ACD

三、填空题(每小题 5 分,共 15 分。第14题第一空2分，第二空3分)

题号	12	13	14
答案	$\frac{1}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$x^2+y^2=9$；$\frac{9\sqrt{2}}{2}$

四、解答题(共 77 分)

15. (13 分)

(1) 该校高二年级共 $600+400=1000$(人),抽样比为 $\frac{50}{1000}=\frac{1}{20}$.

故样本中男生人数为 $600\times\frac{1}{20}=30$(人),女生人数为 $400\times\frac{1}{20}=20$(人). (4 分)

(2) 这 50 名学生成绩的平均数为

$$x=\frac{30\times220+20\times210}{50}=\frac{6600+4200}{50}=216$$

即这 50 名学生成绩的平均数为 216 分. (7 分)

(3) 由 (1) (2) 知 $n_1=30$，$n_2=20$，$n=50$，$x=216$，$x_1=220$，$x_2=210$，$s_1^2=70$，$s_2^2=40$，于是

$$s^2=\frac{30}{50}[70+(220-216)^2]+\frac{20}{50}[40+(210-216)^2]$$

$$=0.6\times(70+16)+0.4\times(40+36)=51.6+30.4=82$$

故这 50 名学生成绩的样本方差为 82；　　用样本方差估计总体方差,可估计该校高二年级全体学生体能测试成绩的方差约为 82.(13 分)

16. (15 分)

(1) 圆 O 的圆心为 $O(0,0)$,半径 $r=2$.

①当切线斜率不存在时,过点 $A(2,4)$ 的直线为 $x=2$,圆心 O 到该直线的距离为 $2=r$,故 $x=2$ 是一条切线.

②当切线斜率存在时，设切线方程为 $y-4=k(x-2)$，即 $kx-y+4-2k=0$。由圆心到切线的距离等于半径，得

$$\frac{|4-2k|}{\sqrt{k^2+1}}=2$$

即 $(4-2k)^2=4(k^2+1)$，整理得 $-16k+12=0$，解得 $k=\frac{3}{4}$，

故另一条切线为 $y-4=\frac{3}{4}(x-2)$，即 $3x-4y+10=0$.

所以两条切线的方程为 $x=2$ 与 $3x-4y+10=0$. (4 分)

设切点为 $N(x,y)$，则 $x^2+y^2=4$，且 $ON\perp AN$，故 $x(2-x)+y(4-y)=0$，即 $2x+4y=4$，化简得 $x+2y=2$.

由 $x=2-2y$ 代入 $x^2+y^2=4$，得 $5y^2-8y=0$，解得 $y=0$ 或 $y=\frac{8}{5}$，对应切点为 $M(2,0)$ 与 $N(-\frac{6}{5},\frac{8}{5})$.于是

$$|MN|=\sqrt{\left(\frac{16}{5}\right)^2+\left(\frac{8}{5}\right)^2}=\frac{8\sqrt{5}}{5}.$$

即 $|MN|=\frac{8\sqrt{5}}{5}$. (8 分)

(2) 设圆心 O 到直线 l 的距离为 d.因为 l 与圆 O 交于两个不同的点，所以 $0\leqslant d<2$，(10 分)

由勾股定理得 $|DE|=2\sqrt{(4-d^2)}$.于是

$$S=\frac{1}{2}|DE|\cdot d=d\sqrt{4-d^2}\leqslant\frac{d^2+(4-d^2)}{2}=2 \qquad (13\text{ 分})$$

当且仅当 $d^2=4-d^2$，即 $d=\sqrt{2}$ 时取等号.此时直线 l 的方程可为 $x-y+2=0$(该直线过 $A(2,4)$，圆心 O 到它的距离为 $\sqrt{2}<2$，与圆交于两个不同的点).

故 $\triangle ODE$ 面积的最大值为 2. (15 分)

17. (15 分)

(1) 因为 $B(4,2)$，$C(0,2)$，D 为 BC 的中点，所以 $D(2,2)$.

设 $\triangle OBD$ 的外接圆方程为 $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0(D^2+E^2-4F>0)$，则

$$\begin{cases}F=0\\8+2D+2E+F=0\\20+4D+2E+F=0\end{cases}\quad\text{解得}\begin{cases}D=-6\\E=2\\F=0\end{cases}$$

所以 $\triangle OBD$ 的外接圆方程为 $x^2+y^2-6x+2y=0$，即 $(x-3)^2+(y+1)^2=10$. (5 分)

(2) 在 $\triangle ABD$ 中，$|AB|=|BD|=2$，$|AD|=2\sqrt{2}$，故 $|AB|^2+|BD|^2=|AD|^2$，即 $AB\perp BD$.

设 H 为点 B 在 AD 上的射影，则 H 为 AD 的中点，$H(3,1)$，且

$$|BH| = \frac{|AB|\cdot|BD|}{|BD|} = \sqrt{2}.$$

翻折后 $EH \perp AD$，且 $|EH| = |BH| = \sqrt{2}$；又平面 $EAD \perp$ 平面 $OADC$，交线为 AD，$EH \subset$ 平面 EAD 且 $EH \perp AD$，故 $EH \perp$ 平面 $OADC$.

以 O 为原点，OA、OC 所在直线分别为 x 轴、y 轴，过 O 且垂直于平面 $OADC$ 向上的直线为 z 轴建立空间直角坐标系，则 $O(0,0,0)$，$A(4,0,0)$，$C(0,2,0)$，$D(2,2,0)$，$H(3,1,0)$，$E(3,1,\sqrt{2})$。

① 由上述坐标得 $\overrightarrow{OD} = (2,2,0)$，$\overrightarrow{AD} = (-2,2,0)$，$\overrightarrow{AE} = (-1,1,\sqrt{2})$.

于是 $\overrightarrow{OD}\cdot\overrightarrow{AD} = -4 + 4 = 0$，$\overrightarrow{OD}\cdot\overrightarrow{AE} = -2 + 2 + 0 = 0$，即 $OD \perp AD$，$OD \perp AE$.

又 $AD \cap AE = A$，AD、$AE \subset$ 平面 EAD，故 $OD \perp$ 平面 EAD. (10 分)

② 由 $A(4,0,0)$、$C(0,2,0)$、$E(3,1,\sqrt{2})$ 得 $\overrightarrow{AC} = (-4,2,0)$，$\overrightarrow{AE} = (-1,1,\sqrt{2})$，于是 $|\overrightarrow{AC}|^2 = 20$，$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AE} = 4 + 2 + 0 = 6$，$|\overrightarrow{AE}| = 2$.

设点 C 在直线 EA 上的射影为 K，则 $|\overrightarrow{AK}| = \dfrac{\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AE}}{|\overrightarrow{AE}|} = 3$，由勾股定理得点 C 到直线 AE 的距离

$$d = \sqrt{|\overrightarrow{AC}|^2 - |\overrightarrow{AK}|^2} = \sqrt{20-9} = \sqrt{11}$$

即点 C 到直线 AE 的距离为 $\sqrt{11}$. (15 分)

18. (17 分)

(1) 由 Γ 过点 $(3,0)$ 得 $\dfrac{9}{a^2} = 1$，故 $a^2 = 9$；

由 Γ 过点 $\left(\sqrt{3}, \dfrac{2\sqrt{3}}{3}\right)$ 得 $\dfrac{3}{9} + \dfrac{\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2}{b^2} = 1$，即 $\dfrac{4}{3b^2} = \dfrac{2}{3}$，故 $b^2 = 2$.

所以 Γ 的方程为 $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{2} = 1$. (4 分)

(2) ① 由 $C(x_0,y_0)$ 在 Γ 上得 $2x_0^2 + 9y_0^2 = 18$.

直线 AC 的方程为 $y = \dfrac{y_0-1}{x_0}x + 1$，记 $k = \dfrac{y_0-1}{x_0}$，代入 $2x^2 + 9y^2 = 18$ 得 $(2+9k^2)x^2 + 18kx - 9 = 0$.

由韦达定理 $x_0x_D = \dfrac{-9}{(2+9k^2)}$，而 $2 + 9k^2 = \dfrac{2x_0^2 + 9(y_0-1)^2}{x_0^2} = \dfrac{9(3-2y_0)}{x_0^2}$，故

$$x_D = \frac{-x_0^2}{9(3-2y_0)} = \frac{x_0}{2y_0-3}$$

进而 $y_D = kx_D + 1 = \dfrac{y_0-1}{2y_0-3} + 1 = \dfrac{3y_0-4}{2y_0-3}$.

同理，由直线 BC：$y = \dfrac{y_0+1}{x_0}x - 1$ 可得 $x_E = -\dfrac{x_0}{2y_0+3}$，$y_E = -\dfrac{3y_0+4}{2y_0+3}$. 于是

$$k=\frac{y_D-y_E}{x_D-x_E}=\frac{3(y_0^2-2)}{x_0y_0}=-\frac{2x_0}{3y_0}$$

(其中用到 $y_0^2-2=-\frac{2x_0^2}{9}$).代入点 D 可得直线 DE 的方程为 $2x_0x+3y_0y+6=0$.

所以直线 DE 的方程为 $2x_0x+3y_0y+6=0$.(9 分)

② 因为 $CT\perp DE$ 且过点 C,而 DE 的法向量为 $(2x_0,3y_0)$,故 CT 的方向向量为 $(2x_0,3y_0)$,其方程为

$$3y_0(x-x_0)-2x_0(y-y_0)=0,\text{即}\ 3y_0x-2x_0y-x_0y_0=0\quad(12\text{ 分})$$

点 T 为直线 DE 与 CT 的交点,联立 $2x_0x+3y_0y=-6$ 与 $3y_0x-2x_0y=x_0y_0$.

两式分别乘 $2x_0$、$3y_0$ 后相加,并利用 $2x_0^2+9y_0^2=18$ 及 $y_0^2=2-\frac{2x_0^2}{9}$,得

$$x=\frac{x_0(3y_0^2-12)}{4x_0^2+9y_0^2}=\frac{-\frac{2}{3}x_0(9+x_0^2)}{2(9+x_0^2)}=-\frac{x_0}{3}$$

两式分别乘 $3y_0$、$2x_0$ 后相减,同理得 $y=-y_0$,故点 T 的坐标为 $T\left(-\frac{x_0}{3},-y_0\right)$.　(14分)

于是 $\left(-\frac{x_0}{3}\right)^2+\frac{(-y_0)^2}{2}=\frac{x_0^2}{9}+\frac{y_0^2}{2}=1$,即点 T 恒在椭圆 $x^2+\frac{y^2}{2}=1$ 上.

该椭圆的长半轴 $a=\sqrt{2}$,短半轴 $b=1$,故半焦距 $c=\sqrt{(2-1)}=1$,其焦点恰为点 $A(0,1)$ 与 $B(0,-1)$.由椭圆的定义得 $|TA|+|TB|=2a=2\sqrt{2}$.

又 $|AB|=2$,且由 $x_0\neq0$ 知点 T 不在直线 AB 上,$\triangle TAB$ 存在.故 $\triangle TAB$ 的周长为 $2\sqrt{2}+2$,是定值.(17 分)

19. (17 分)

(1) 因为 $PC\perp$ 平面 ABC,故点 P 在平面 ABC 内的射影为 C,从而 PA 在平面 ABC 内的射影为 AC,$\angle PAC$ 就是直线 PA 与平面 ABC 所成的角.

在 $Rt\triangle PAC$ 中,$\tan\angle PAC=\frac{|PC|}{|AC|}=\frac{2\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$,故 $\angle PAC=60°$,即直线 PA 与平面 ABC 所成角为 $60°$.(4 分)

(2) 由条件得 $C(0,0,0)$,$A(2,0,0)$,$P(0,0,2\sqrt{3})$,设 $B(x,y,0)$ $(y\neq0$,且 B 不与 A、C 共线).

$\overrightarrow{PA}=(2,0,-2\sqrt{3})$,$\overrightarrow{PB}=(x,y,-2\sqrt{3})$,$|PA|=4$,由 $\angle APB=30°$ 得

$$\frac{2x+12}{4\sqrt{x^2+y^2+12}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

即 $x+6=\sqrt{3}\cdot\sqrt{x^2+y^2+12}$,两边平方并整理,得 $2x^2+3y^2-12x=0$,即

$$\frac{(x-3)^2}{9}+\frac{y^2}{6}=1$$

所以轨迹 Γ 为椭圆 $\frac{(x-3)^2}{9}+\frac{y^2}{6}=1$,去掉 $(0,0)$ 与 $(6,0)$ 两点.(8分)

又 $V=\frac{1}{3}S_{\triangle ABC}\cdot PC=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times2\times|y|\times2\sqrt{3}=\frac{2\sqrt{3}}{3}|y|$，而由轨迹方程得 $y^2=6-\frac{2}{3}(x-3)^2\leqslant6$，故 $|y|\leqslant\sqrt{6}$，于是

$$V\leqslant\frac{2\sqrt{3}}{3}\cdot\sqrt{6}=2\sqrt{2}$$

当 $B(3,\pm\sqrt{6},0)$ 时取到，故三棱锥体积的最大值为 $2\sqrt{2}$.(10 分)

(3) 作 $CH\perp$ 平面 PAB，交平面 PAB 于点 H，AH、$PH\subset$ 平面 PAB，所以 $CH\perp AH$，$CH\perp PH$.取 M 为 PC 的中点，N 为 AC 的中点，则 $M(0,0,\sqrt{3})$，$N(1,0,0)$.在 $Rt\triangle PHC$ 中，MH 为斜边 PC 上的中线，故 $|MH|=\frac{|PC|}{2}=\sqrt{3}$；在 $Rt\triangle AHC$ 中，$|NH|=\frac{|AC|}{2}=1$.

所以点 H 恒在以 M 为球心、$\sqrt{3}$ 为半径的球面上，　　也在以 N 为球心、1 为半径的球面上，即 H 在两定球的交圆上.

又 $|MN|=2$，设交圆圆心为 O'、半径为 r、$|MO'|=h$，则 $3-h^2=1-(2-h)^2$，解得 $h=\frac{3}{2}$，$r^2=3-\frac{9}{4}=\frac{3}{4}$，即 $r=\frac{\sqrt{3}}{2}$；且 $|MC|=\sqrt{3}$，$|NC|=1$，故点 C 也在此圆上.

于是 $|CH|\leqslant2r=\sqrt{3}$.当 $x=2$，$B(2,\pm\frac{4\sqrt{3}}{3},0)$ 时，点 C 在该平面 PAB 上的射影为 $H(\frac{3}{2},0,\frac{\sqrt{3}}{2})$，等号成立.

故点 C 到平面 PAB 距离的最大值为 $\sqrt{3}$.(17 分)