锦宏教育微信公众号：jh985211　　锦宏教育客服微信：18117901643

高中2024级第一次诊断性考试

物理

本试卷共6页，全卷共100分，考试时间75分钟

注意事项：

1.答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上，并将条形码贴在答题卡上对应的虚线框内。

2.回答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，用0.5mm黑色墨水签字笔将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3.考试结束后，监考人只将答题卡收回。

一、单项选择题（本题共7小题，每小题4分，共28分。在每小题给出的四个选项中，只有一项最符合题目要求。）

1. 某汽车以$20\,\mathrm{m/s}$的速度在平直公路上行驶，为礼让行人，若驾驶员开始以大小为$4\,\mathrm{m/s^2}$的加速度刹车，则下列说法正确的是（　　）

A. 汽车从刹车到停止共行驶100 m

B. 停止前1 s的位移大小为4 m

C. 刹车后6 s的平均速度大小为$\frac{25}{3}\,\mathrm{m/s}$

D. 刹车后第6 s末的速度大小为$4\,\mathrm{m/s}$

【答案】C

【解析】

【详解】汽车做匀减速直线运动，已知初速度$v_0=20\mathrm{m/s}$，加速度大小$a=4\mathrm{m/s^2}$。由速度公式$v=v_0-at$，当汽车速度减为0时，对应的刹车总时间为$t_0=\frac{v_0}{a}=\frac{20}{4}\mathrm{s}=5\mathrm{s}$

即汽车刹车5s后停止运动，之后不再产生位移。

A．汽车从刹车到停止的总位移，由匀变速直线运动平均速度公式可得$x=\frac{v_0+0}{2}t_0=\frac{20}{2}\times5\mathrm{m}=50\mathrm{m}$，故A错误；

B．由逆向思维法可知，停止前1s的位移大小为$x_0=\frac{1}{2}at_1^2=\frac{1}{2}\times4\times1^2\mathrm{m}=2\mathrm{m}$，故B错误；

C．刹车后6s内，总位移等于刹车总位移50m，因此6s内的平均速度为$\overline{v}=\frac{x}{t}=\frac{50}{6}\mathrm{m/s}=\frac{25}{3}\mathrm{m/s}$，故C

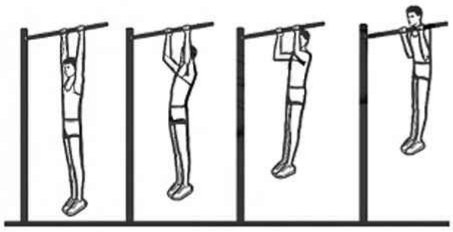
锦宏教育微信公众号：jh985211　　锦宏教育客服微信：18117901643

正确；

D．汽车刹车 5s 后已停止运动，因此刹车后第 6s 末的速度为 0，故 D 错误。

故选 C。

2. 引体向上是一项有效锻炼臂力和腹肌的健身运动。该运动的规范动作是：两手正握单杠，由悬垂开始，上拉时，下颚须超过单杠上边缘；静止片刻后开始下放；下放时，两臂有控制地下放，还原至直臂悬垂。如图所示，这样上拉下放，重复动作，最终达到锻炼目的。关于此项健身运动，下列说法正确的是（　　）



A. 上拉过程中，重力保持不变

B. 上拉过程中，加速度一直增大

C. 下放过程中，人的加速度一直向下

D. 下放过程中，人一直处于失重状态

【答案】A

【解析】

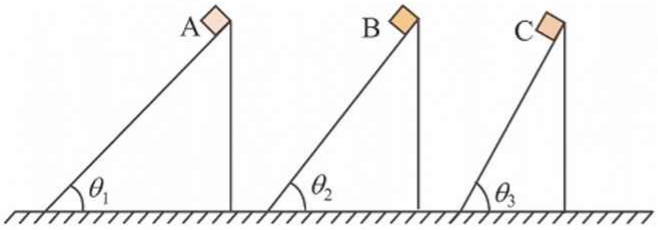
【详解】A．物体的重力由质量和当地重力加速度决定，上拉过程中人的质量不变，同一位置的 g 也可认为不变，因此重力保持不变，故 A 正确；

B．上拉过程的运动是：从静止开始先向上加速，再向上减速到静止，加速度先向上、后向下，并非一直增大，故 B 错误；

CD．下放过程需要从静止开始向下运动，最终回到直臂悬垂的静止状态，因此先向下加速，后向下减速，加速度方向先向下后向上，人先处于失重状态后处于超重状态，故 CD 错误。

故选 A。

3. 如图所示，三个固定斜面的高度相同，倾角 $\theta_1 < \theta_2 < \theta_3$。质量相同的小物块 A、B、C 分别沿三个斜面从顶端由静止下滑到底端，已知小物块与斜面间的动摩擦因数均相同。不计小物块的大小，则下列说法正确的是（　　）



A. 重力对物块 A 做的功最多

B. 物块 A 到达底端时，动能最小

C. 重力对 A 物块做功的平均功率最大

D. 若仅让斜面变得光滑，其他条件不变，则三物块到达斜面底端时的动量相同

【答案】B

【解析】

【详解】A．物块下降的高度相同，根据$W_G = mgh$

可知，三物块重力做功相同，故 A 错误；

B．物块克服摩擦力做功为$W_f = \mu mg\cos\theta \cdot \frac{h}{\sin\theta} = \frac{\mu mgh}{\tan\theta}$

可知，物块 A 克服摩擦力做功最多，根据动能定理$W_G - W_f = E_k$

可知，物块 A 到达底端时，动能最小，故 B 正确；

C．根据牛顿第二定律得$mg\sin\theta - \mu mg\cos\theta = ma$

可得，物块下滑的加速度$a = g\sin\theta - \mu g\cos\theta$

由图可知，倾角θ越大，加速度越大，沿斜面运动的位移 x 大小越小，根据$x = \frac{1}{2}at^2$

可知运动时间越短，因为$\theta_1 < \theta_2 < \theta_3$，则$t_1 > t_2 > t_3$，根据$P = \frac{W_G}{t}$

可知$P_A < P_B < P_C$，故 C 错误；

D．若斜面光滑，根据机械能守恒定律$mgh = \frac{1}{2}mv^2$

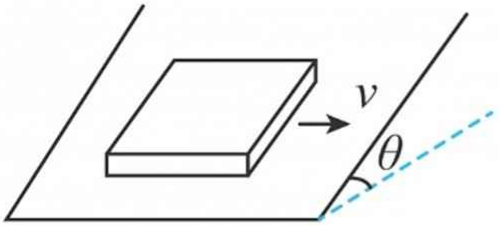
解得$v = \sqrt{2gh}$

三物块到达底端时的速率相同。但动量是矢量，方向沿斜面向下，由于三个斜面倾角不同，速度方向不同，所以动量不同，故 D 错误。

故选 B。

4. 如图所示，在水平地面固定倾角为θ的斜面体，质量为 m 的物体置于斜面体上恰能处于静止状态。物体

与斜面间的滑动摩擦力与最大静摩擦力大小相等，重力加速度大小为g。现使物体平行于底边做匀速直线运动，则该物体受到平行于斜面的拉力大小为（　　）



A. $mg\sin\theta$　　B. $\sqrt{2}mg\sin\theta$　　C. $mg\cos\theta$　　D. $\sqrt{2}mg\cos\theta$

【答案】B

【解析】

【详解】质量为m的物体置于斜面体上恰能处于静止状态

$$mg\sin\theta=\mu mg\cos\theta$$

物体与斜面体间动摩擦因数

$$\mu=\tan\theta$$

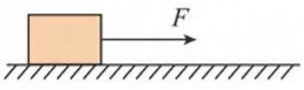
物体做平行于底边的匀速直线运动时，物体与斜面间的动摩擦力

$$f=\mu mg\cos\theta=mg\sin\theta$$

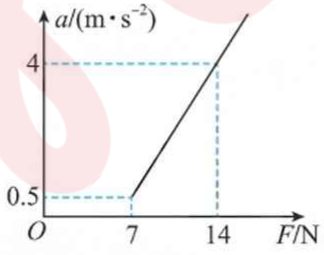
重力沿斜面下滑分力大小为$mg\sin\theta$，所以，物体受到拉力的大小为$\sqrt{2}mg\sin\theta$。

故选B。

5. 如图（a）所示，物体原来静止在水平面上，用一水平力F拉物体，在F从0开始逐渐增大的过程中，物体先静止后又做变加速运动，其加速度a随外力F变化的图像如图（b）所示，仅根据图（b）中所呈现的数据和图像无法得出（　　）



图(a)



图(b)

A. 物体的质量

B. 物体与水平面间的滑动摩擦力

C. 物体与水平面间的最大静摩擦力

D. $F=14\,\mathrm{N}$ 时，物体的速度大小

【答案】D

【解析】

【详解】A．根据牛顿第二定律，物体运动时满足 $F-f=ma$

整理得加速度与力的关系式 $a=\frac{1}{m}F-\frac{f}{m}$ 其中 f 为滑动摩擦力

由 $a-F$ 图像可知，图线的斜率 $k=\frac{1}{m}$

根据图中数据点 $(7,0.5)$ 和 $(14,4)$，可得斜率 $k=\frac{\Delta a}{\Delta F}=\frac{4\mathrm{m/s^2}-0.5\mathrm{m/s^2}}{14\mathrm{N}-7\mathrm{N}}=0.5$

解得物体质量 $m=\frac{1}{k}=2\mathrm{kg}$，故 A 不符合题意；

B．将 $m=2\mathrm{kg}$ 及点 $(14,4)$ 代入方程 $F-f=ma$

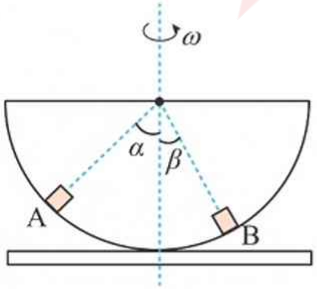
解得滑动摩擦力 $f=6\mathrm{N}$，故 B 不符合题意；

C．由图（b）可知，当 $F<7\mathrm{N}$ 时，$a=0$，物体处于静止状态；当 $F=7\mathrm{N}$ 时，物体开始具有加速度 $a=0.5\mathrm{m/s^2}$。这说明拉力 F 达到 $7\mathrm{N}$ 时，物体刚要开始滑动（或刚开始滑动），此时拉力等于最大静摩擦力，即 $f_{\max}=7\mathrm{N}$，故 C 不符合题意；

D．由于物体先静止后又做变加速运动，无法利用匀变速直线运动规律求速度和位移，又 F 为变力无法求 F 得功，从而也无法根据动能定理求此时的速度， 故 D 符合题意。

故选 D。

6. 如图所示，半径为 R 的半球形容器固定在水平转台上，转台绕过容器球心 O 的竖直轴线以角速度 ω 匀速转动。质量不同的小物块 A、B 随容器转动且相对器壁静止，A、B 和球心 O 点连线与竖直方向的夹角分别为 α 和 β，$\alpha>\beta$。则（　　）



A. A 的质量一定小于 B 的质量

B. A、B 受到的摩擦力可能同时为零

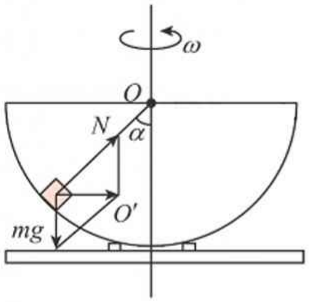
C. 若 A 不受摩擦力，则 B 受沿容器壁向上的摩擦力

D. 若ω增大，A、B 受到的摩擦力可能都增大

【答案】D

【解析】

【详解】AB．当 A 受到的摩擦力恰是零时，受力分析如图所示，根据牛顿第二定律得



$$m_{\mathrm{A}}g\tan\alpha = m_{\mathrm{A}}\omega_{\mathrm{A}}^2 R\sin\alpha$$

解得

$$\omega_{\mathrm{A}} = \sqrt{\frac{g}{R\cos\alpha}}$$

同理可得，当 B 受到的摩擦力恰是零时

$$\omega_{\mathrm{B}} = \sqrt{\frac{g}{R\cos\beta}}$$

由以上解析可知，物块的角速度与物块的质量无关，因此由题中条件只能比较 A、B 的加速度大小，不能比较 A、B 的质量。由于$\alpha>\beta$，所以$\omega_{\mathrm{A}} > \omega_{\mathrm{B}}$，而实际上 A、B 的角速度相等，即 A、B 受到的摩擦力不可能同时是零，AB 错误；

C．若 A 不受摩擦力，则此时转台的角速度

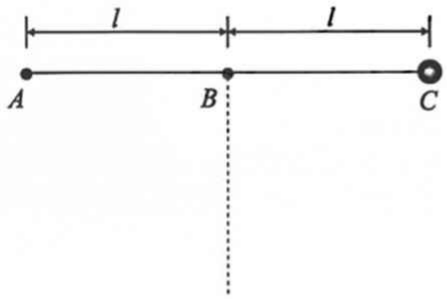
$$\omega = \omega_{\mathrm{A}} > \omega_{\mathrm{B}}$$

所以 B 物块实际的向心力大于 B 所受摩擦力是零时的向心力，所以此时 B 受沿容器壁向下的摩擦力，C 错误；

D．如果转台角速度从 A 不受摩擦力时的角速度ω_{A}开始增大，A、B 的向心力都增大，所受的摩擦力都增大，故 D 正确。

故选 D。

7. 如图，光滑的竖直墙面上 A 处和 B 处各有一个钉子，二者处于同一水平高度，间距为 l，有一轻质弹性细绳（弹力大小满足胡克定律），原长为 l，劲度系数为 k，一端由 A 处钉固定，另一端系有一质量为 $\frac{kl}{2g}$ 的小球，其中 g 为重力加速度，B 处钉恰好处于弹性绳下面，不计钉子与绳子之间的摩擦力，钉子和小球都可视为质点，现将小球水平向右拉伸到与 A 处钉距离为 $2l$ 的 C 点，将小球由静止释放，则下列说法正确的是（　　）



A. 小球释放后做曲线运动

B. 小球将与 B 处钉发生碰撞

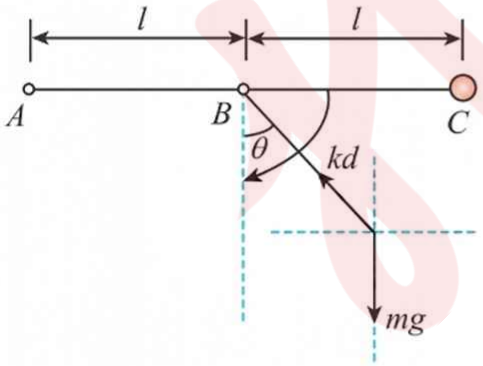
C. 小球运动过程中的最大速度大小为 $\sqrt{\frac{5gl}{2}}$

D. 当小球第一次运动至 B 处钉的正下方时，其速度方向水平向左

【答案】C

【解析】

【详解】以 B 点为原点，向右为 x 轴正方向，向下为 y 轴正方向，对小球进行受力分析如图



在水平方向的受力为 $F_x=-kd\sin\theta=-kx$

竖直方向的受力为 $F_y=mg-kd\cos\theta=mg-ky=\frac{kl}{2g}\cdot g-ky=-k\left(y-\frac{1}{2}\right)$

两个力均满足简谐运动的表达式，水平简谐分运动的平衡位置在$x=0$处，竖直简谐分运动的平衡位置在$y=\frac{l}{2}$处。

A．水平分运动$x(t)=A_1\cos(\omega t+\varphi_1)$

竖直分运动$y(t)-\frac{l}{2}=A_2\cos(\omega t+\varphi_2)$

两个分运动角频率ω完全相同。

初始条件$t=0$，小球在 C 点：$x=l, y=0$，初速度 $v_{x0}=0$，$v_{y0}=0$

代入初始条件可得水平方向$x(t)=l\cos\omega t$

竖直方向$y=\frac{l}{2}(1-\cos\omega t)$

消去参数t，可得$x+2y=l$运动轨迹是直线，故 A 错误；

B．由力的表达式可知两个方向的振动周期相等。若小球能够与 B 处钉相碰，则在水平方向上，小球由最大位移处 C 点运动到 B 点即平衡位置，历时$(\frac{n}{2}+\frac{1}{4})T$

在竖直方向上，若小球能够与 B 处钉相碰，历时nT

$(\frac{n}{2}+\frac{1}{4})T\neq nT$，水平方向和竖直方向不能同时到达 B 点，故 B 错误；

C．当小球速度最大时应该处于平衡位置，则由能量关系可知$\frac{1}{2}kl^2+mg\frac{l}{2}=\frac{1}{2}k(\frac{l}{2})^2+\frac{1}{2}mv_m^2$

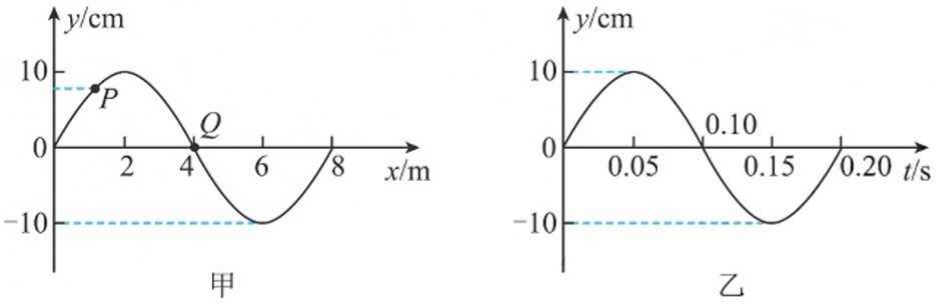
解得$v_m=\sqrt{\frac{5gl}{2}}$，故 C 正确；

D．当小球第一次运动至 B 处钉正下方时，历时$\frac{T}{4}$，此时小球在竖直方向上的分速度达到最大值，不可能水平向左，故 D 错误。

故选 C。

二、多项选择题（本题共 **3** 小题，每小题 **6** 分，共 **18** 分。每小题有多项符合题目要求，全部选对的得 **6** 分，选对但不全的得 **3** 分，有选错的得 **0** 分。）

8. 如图甲为一列简谐横波在 t=0.10s 时刻的波形图，P 是平衡位置为 x=1m 处的质点，Q 是平衡位置为 x=4m 处的质点，图乙为质点 Q 的振动图像，则（　　）



A. t=0.15s 时，质点 Q 的加速度达到正向最大

B. t=0.15s 时，质点 P 的运动方向沿 y 轴负方向

C. 从 t=0.10s 到 t=0.25s，该波沿 x 轴正方向传播了 6m

D. 从 t=0.10s 到 t=0.25s，质点 P 通过的路程为 30cm

【答案】AB

【解析】

【分析】

【详解】A．t=0.15s 时，由图乙知质点 Q 的位移达到负向最大，则可知其加速度达到正向最大，故 A 正确；

B．由图乙知，在 t=0.10s 时，Q 点在平衡位置沿 y 轴负方向运动，则由“波形平移法”可以推断波沿 x 负方向传播。t=0.10s 时，质点 P 沿 y 轴正方向运动，由图乙知波的周期为

$$T=0.2\text{s}$$

则 t=0.15s 时，质点 P 的运动方向沿 y 轴负方向，故 B 正确；

C．从 t=0.10s 到 t=0.25s 时间内，所经历的时间

$$\Delta t=0.15\text{s}=\frac{3}{4}T$$

由图甲知波长

$$\lambda=8\text{m}$$

则波沿 x 轴负方向传播了

$$\Delta x=\frac{3}{4}\lambda=6\text{m}$$

故 C 错误；

D．从 t=0.10s 到 t=0.25s 时间内，所经历的时间

$$\Delta t=0.15\text{s}=\frac{3}{4}T$$

由于质点 P 先向上接近波峰与向下接近波谷时速度较小，且在这段时间内质点 P 通过的路程小于质点 P 从平衡位置起在 0.15s 内通过的路程

$$3A=30\text{cm}$$

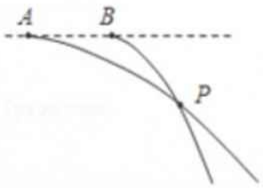
所以，质点 P 从 t=0.10s 到 t=0.25s 时间内，经过的路程

$$s<3A=30\text{cm}$$

故 D 错误。

故选 AB。

9. 在同一水平直线上的两位置分别沿同水平方向抛出两小球 A 和 B，两球相遇于空中的 P 点，它们的运动轨迹如右图所示．不计空气阻力，下列说法中正确的（　　）



A. 在 P 点时，A 球的速度大小小于 B 球的速度大小

B. 在 P 点时，A 球的速度大小大于 B 球的速度大小

C. 抛出时，先抛出 A 球后抛出 B 球

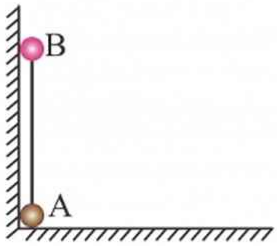
D. 抛出时，两球同时抛出

【答案】BD

【解析】

【详解】由图知，A、B 下落的高度相同，故运动的时间相等，两球应同时抛出，C 错误，D 正确；水平方向：x=v0t 知，A 球的水平速度大于 B 球的水平速度，竖直方向，vy=gt，两球相同，所以在 P 点的速度 $v=\sqrt{v_0^2+v_y^2}$，A 球的速度大于 B 球的速度，故 A 错误；B 正确。故选 BD。

10. 如图所示，光滑水平面上立着一根两端分别固定有小球 A、B（均视为质点）的轻杆，球 A、球 B 与竖直光滑墙面恰好接触。由于轻微扰动，球 A 开始沿水平面向右滑动，球 B 随之下降，此过程中两球始终在同一竖直平面内。已知轻杆的长度为 l，两球的质量均为 m，重力加速度大小为 g，不计空气阻力，下列说法正确的是（　　）



A. 球 B 沿墙面下滑过程中，当球 A 的动能最大时，球 B 的加速度为 g

B. 球 B 沿墙面下滑过程中，当球 A 的动能最大时，轻杆与水平方向的夹角为 45°

C. 球 B 第一次着地瞬间，A 球的速度大小为 $\sqrt{\frac{2gl}{27}}$

D. 球 B 开始下滑到第一次着地过程中，球 B 的最大动能为 mgl

【答案】AC

【解析】

【详解】A．球 B 沿墙面下滑过程中，A 先加速运动，杆对 A 做正功，当球 A 的动能最大时加速度为 0，即杆的力为 0，对球 B 受力分析可知，此时 B 仅受重力，加速度为 g，故 A 正确；

B．设轻杆与水平方向夹角为 θ，A、B 沿杆的分速度相等，可得 $v_{\mathrm{A}}\cos\theta = v_{\mathrm{B}}\sin\theta$

系统墙面、水平面的弹力均不做功，只有重力做功，因此 A、B 组成的系统机械能守恒

$$mg\left(l - l\sin\theta\right) = \frac{1}{2}mv_{\mathrm{A}}^2 + \frac{1}{2}mv_B^2$$

联立解得 $E_{kA} = \frac{1}{2}mv_{\mathrm{A}}{}^2 = mgl\left(1-\sin\theta\right)\sin^2\theta$

由数学知识可得 $\sin\theta = \frac{2}{3}$ 时球 A 的动能最大，则 $\theta \neq 45°$，故 B 错误；

C．由上面分析可知，A 的动能最大时球 B 与墙壁间弹力为 0，此后 B 离开墙面，到球 B 第一次着地瞬间，球 A、B 系统水平方向不受外力，水平方向动量守恒，有 $mv_{Am} = mv_{\mathrm{A}}{}' + mv_{\mathrm{Bx}}$

由关联速度可知球 B 第一次着地瞬间 $v_{\mathrm{A}}{}' = v_{\mathrm{Bx}}$

又由球 A 的最大动能 $\frac{1}{2}mv_{Am}{}^2 = mgl\left(1-\frac{2}{3}\right)\times\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{27}mgl$

解得 $v_{Am} = \sqrt{\frac{8}{27}gl}$，$v_{\mathrm{A}}{}' = \sqrt{\frac{2}{27}gl}$，故 C 正确；

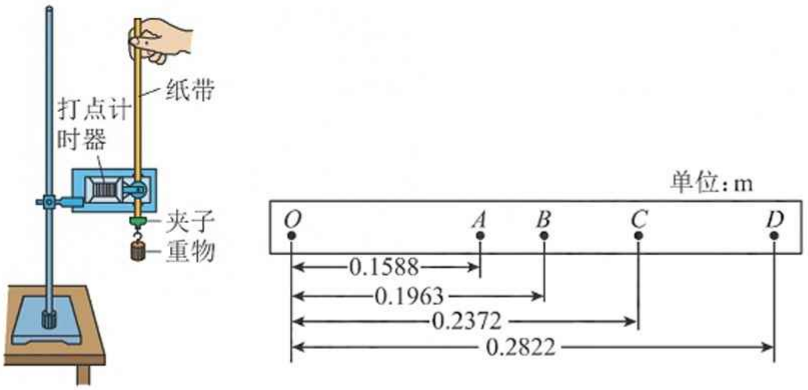
D．球 A 的动能达到最大后，B 离开墙面，杆对 A 是拉力做负功，对球 B 做正功，故球 B 第一次着地时动能最大，根据机械能守恒 $mgl = E_{kB} + \frac{1}{2}mv_{\mathrm{A}}{}'^2$

解得 $E_{kB} = \frac{26}{27}mgl$，故 D 错误。

故选 AC。

三、非选择题（本题共 **5** 小题，共 **54** 分。其中第 **13-15** 小题解答时请写出必要的文字说明、方程式和重要的演算步骤；有数值计算时，答案中必须明确写出数值和单位。）

11. 下图为某同学进行“验证机械能守恒定律”实验所用的装置和某次实验得到的纸带。



（1）纸带上的 O 点为打下的第一个点，A、B、C、D 为从合适位置开始选取的四个连续点。已知打点计时器所接电源的频率为 50Hz，则打点计时器打下 C 点时重物的速度大小为_____m/s。（结果保留三位有效数字）

（2）已知重物的质量 $m=0.6\text{kg}$，当地的重力加速度大小 g 取 10m/s^2，从打下 O 点到打下 C 点，计算发现，重物重力势能的减少量_____动能的增加量（选填“>”、“<”或“=”），说出一条产生该结果的原因_____。

【答案】（1）2.15

（2）　①. >　②. 受到空气阻力和摩擦阻力的影响

【解析】

【小问 1 详解】

已知打点计时器所接电源的频率为 50Hz，则打点周期为 $T=\dfrac{1}{50}\text{s}=0.02\text{s}$

打点计时器打下 C 点时重物的速度大小为 $v_C=\dfrac{x_{BD}}{2T}=\dfrac{0.2822-0.1963}{2\times0.02}\text{m/s}\approx2.15\text{m/s}$

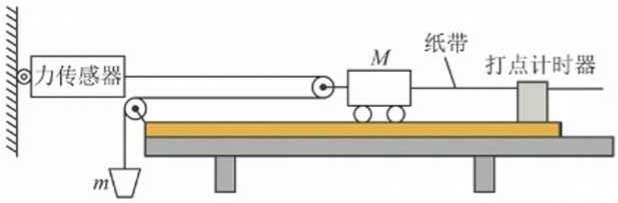
【小问 2 详解】

[1][2]从打下 O 点到打下 C 点，重物重力势能的减少量为 $\Delta E_\text{p}=mgh_{OC}=0.6\times10\times0.2372\text{J}\approx1.42\text{J}$

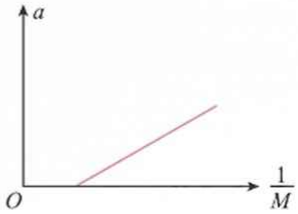
重物动能的增加量为 $\Delta E_\text{k}=\dfrac{1}{2}mv_\text{C}^2-0=\dfrac{1}{2}\times0.6\times2.15^2\text{J}\approx1.39\text{J}$

可知重物重力势能的减少量大于动能的增加量；产生该结果的原因可能是受到空气阻力和摩擦阻力的影响，有一部分重力势能转化为内能，使得重物重力势能的减少量大于动能的增加量。

12. 学习了牛顿运动定律之后，某同学为了验证合外力一定时，加速度与质量的关系，设计了如图（a）所示的实验装置。已知 m 为砂和砂桶的总质量，M 为小车及其上的滑轮和车内砝码的总质量，F 为力传感器的示数。



图(a)



图(b)

（1）实验时，_____垫高带滑轮的长木板以平衡摩擦力；_____满足“M远大于m”这一条件。（选填“需要”或者“不需要”）

（2）增加车内砝码个数，要使力传感器的示数不变，则应_____桶内砂子的质量（选填“增加”、“减少”或“不改变”）；测出多组小车加速度a与M，以$\frac{1}{M}$为横坐标，a为纵坐标，作出的$a-\frac{1}{M}$图像是一条直线，如图（b）所示。图像不过原点的原因可能为_____；若图像的斜率为k，则F=_____（用k表示）。

【答案】（1）　①. 需要　②. 不需要

（2）　①. 减少　②. 平衡摩擦力不足（或长木板的倾角过小，摩擦力没有被完全抵消）　③. $\frac{k}{2}$

【解析】

【小问1详解】

[1]验证牛顿第二定律实验，要让绳子拉力等于小车的合外力，必须垫高木板平衡摩擦力；

[2]有力传感器可以直接测出绳子拉力F，不需要用砂和砂桶重力代替拉力，因此不需要满足M远大于m。

【小问2详解】

[1] 这个装置是动滑轮结构，小车受到的拉力是$F'=2F$

增加车内砝码个数，M变大；要保持拉力传感器示数F不变，小车的加速度$a=\frac{F'}{M}=\frac{2F}{M}$会减小。对砂和砂桶受力分析，有$mg-F=2ma$

加速度a减小时，若F不变，就需要减少桶内砂子的质量来满足关系；

[2]以$\frac{1}{M}$为横坐标、a为纵坐标作图，图像不过原点，当$a=0$时，$\frac{1}{M}$不为零（也就是M不为无穷大），说明即使施加了拉力，小车也没有产生加速度，原因是平衡摩擦力不足（或长木板的倾角过小，摩擦力没有被完全抵消）；

[3]根据牛顿第二定律，对小车有$2F=Ma$

整理得$a=2F\cdot\frac{1}{M}$

锦宏教育微信公众号：jh985211　　锦宏教育客服微信：18117901643

在$a-\frac{1}{M}$图像里，斜率$k=2F$

因此可以推导出$F=\frac{k}{2}$

13. 随着我国航空航天技术取得长足进步，有专家提议大幅提高下一代空间站的运行高度。若下一代空间站绕地球做匀速圆周运动时离地面的高度$h=R$，地球的半径为R，地球表面的重力加速度为g。

（1）求空间站做匀速圆周运动的角速度大小ω；

（2）已知某卫星到地面的距离为地球半径的 6 倍，求该卫星与空间站做匀速圆周运动的周期之比。

【答案】（1）

$\sqrt{\frac{g}{8R}}$

（2）

$\frac{7\sqrt{14}}{4}$

【解析】

【小问 1 详解】

空间站距地面高度$h=R$，因此其到地心的轨道半径$r_1=R+h=2R$

地球表面物体的重力与万有引力大小相等，即$mg=G\frac{Mm}{R^2}$

空间站做匀速圆周运动时，万有引力提供向心力，即$G\frac{Mm}{r_1^2}=m\omega^2 r_1$

上式整理得角速度表达式$\omega=\sqrt{\frac{GM}{r_1^3}}=\sqrt{\frac{gR^2}{8R^3}}=\sqrt{\frac{g}{8R}}$

【小问 2 详解】

卫星距地面高度为$6R$，因此其到地心的轨道半径$r_2=R+6R=7R$

由万有引力提供向心力$G\frac{Mm}{r^2}=m\frac{4\pi^2}{T^2}r$

整理得周期表达式$T=2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$

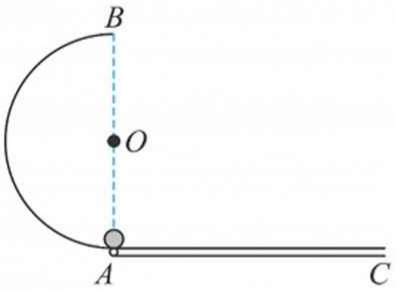
根据开普勒第三定律$\frac{r^3}{T^2}=k$

可得该卫星与空间站的周期比 $\frac{T_2}{T_1}=\sqrt{\frac{r_2^3}{r_1^3}}$

代入 $r_2=7R$、$r_1=2R$

得 $\frac{T_2}{T_1}=\sqrt{\left(\frac{7}{2}\right)^3}=\frac{7\sqrt{14}}{4}$

14. 某装置如图所示，右边有一粘性长薄挡板可绕 A 点在竖直平面内转动；左边有一竖直半圆形光滑轨道，其半径 $R=0.5\,\mathrm{m}$。一质量 $m=0.6\,\mathrm{kg}$ 的小球以水平向左的初速度 $v_0=5\,\mathrm{m/s}$ 从最低点 A 进入轨道，沿内侧运动到最高点 B，飞出后打在挡板上并粘附其上。此过程中小球可视为质点，不计空气阻力，重力加速度 g 取 $10\,\mathrm{m/s^2}$。



（1）小球在轨道上运动至与圆心 O 等高时，求轨道对小球的支持力 F_N；

（2）若小球垂直打在挡板上，求挡板与水平面夹角 θ 的正切值（不考虑 $\theta=90°$ 的情形）。

【答案】（1）$F_N=18\mathrm{N}$，方向指向圆心

（2）$\tan\theta=\frac{\sqrt{2}}{2}$

【解析】

【小问 1 详解】

小球从 A 点到圆心等高处，由动能定理 $-mgR=\frac{1}{2}mv_1^2-\frac{1}{2}mv_0^2$

在圆心等高处由牛顿第二定律 $F_N=m\frac{v_1^2}{R}$

解得轨道对小球的支持力 $F_N=18\mathrm{N}$，方向指向圆心

【小问 2 详解】

小球从 A 到 B 根据动能定理 $-mg\cdot 2R=\frac{1}{2}mv_B^2-\frac{1}{2}mv_0^2$

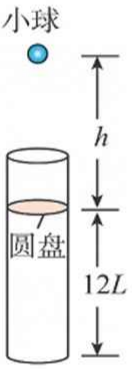
代入数值解得$v_B=\sqrt{5}\text{m/s}$

小球从B点飞出后做平抛运动，设运动时间为t垂直打在挡板上，则有$h=\frac{1}{2}gt^2$，$x=v_Bt$

挡板与水平面夹角为θ，由几何关系可得$\tan\theta=\frac{v_B}{gt}=\frac{2R-h}{x}$

解得 $t=\frac{\sqrt{10}}{10}\text{s}$，$\tan\theta=\frac{\sqrt{2}}{2}$

15. 如图所示，有一固定在竖直方向、两端开口的直圆管，管中放置一质量为$2m$的圆盘，圆盘距离管底$12L$。一质量为m的小球从管的上端口的正上方距离圆盘$h=10L$处由静止释放，小球每次均在圆盘中心与圆盘发生弹性碰撞且碰撞时间极短，小球在管内运动时与管壁不接触，圆盘始终水平，圆盘在管内下滑时受到的阻力恒为其重力的 2 倍，忽略空气阻力，重力加速度大小为g，求：



（1）小球第一次与圆盘碰撞后瞬间，小球的速度$v_{球1}$与圆盘的速度$v_{盘1}$；

（2）从释放小球到小球第 2 次与圆盘发生碰撞的时间t；

（3）经过足够长时间后，圆盘与管壁间产生的热量Q。

【答案】（1）小球的速度大小为$\frac{2\sqrt{5gL}}{3}$，方向竖直向上；圆盘的速度大小为$\frac{4\sqrt{5gL}}{3}$，方向竖直向下

（2）$\frac{2\sqrt{5}+8}{3}\sqrt{\frac{5L}{g}}$

（3）$40mgL$

【解析】

【小问 1 详解】

根据题意可知，小球与圆盘碰撞前做自由落体运动，设小球第一次与圆盘碰撞前瞬间的速度为v_0，则有

$v_0^2=2gh$

解得 $v_0=2\sqrt{5gL}$

小球与圆盘之间的碰撞是弹性碰撞，取向下为正方向，由动量守恒定律有 $mv_0=mv_{球1}+2mv_{盘1}$

由能量守恒定律有 $\frac{1}{2}mv_0^2=\frac{1}{2}mv_{球1}^2+\frac{1}{2}\times 2mv_{盘1}^2$

解得 $v_{球1}=\frac{m-2m}{m+2m}v_0=-\frac{1}{3}v_0=-\frac{2\sqrt{5gL}}{3}$，$v_{盘1}=\frac{2m}{m+2m}v_0=\frac{2}{3}v_0=\frac{4\sqrt{5gL}}{3}$

即小球第一次与圆盘碰撞后瞬间，小球的速度大小为 $\frac{2\sqrt{5gL}}{3}$，方向竖直向上；圆盘的速度大小为 $\frac{4\sqrt{5gL}}{3}$，方向竖直向下。

【小问 2 详解】

从释放小球到小球第 1 次与圆盘发生碰撞的时间为 $t_1=\frac{v_0}{g}=2\sqrt{\frac{5L}{g}}$

圆盘下滑时阻力为 $4mg$，加速度 $a=\frac{2mg-4mg}{2m}=-g$

圆盘减速到 0 时下滑的距离 $x_1=\frac{0-v_{盘1}^2}{2(-g)}=\frac{40L}{9}$

所用时间为 $t_2=\frac{v_{盘1}}{g}=\frac{4}{3}\sqrt{\frac{5L}{g}}$

小球加速度恒为 g，小球第 1 次与圆盘发生碰撞后回到本次碰撞位置所用时间为 $t_1'=\frac{2v_{球1}}{g}=\frac{4}{3}\sqrt{\frac{5L}{g}}$

即第一次碰撞后，圆盘减速到 0 过程中，小球刚好回到本次碰撞位置。从第一次碰撞位置到第二次碰前的位置，由速度位移关系可得 $v_{20}^2-v_{球1}^2=2ax_1=2g\cdot\frac{v_{盘1}^2}{2g}$

解得 $v_{20}^2=v_{球1}^2+v_{盘1}^2=\left(-\frac{v_0}{3}\right)^2+\left(\frac{2v_0}{3}\right)^2=\frac{5}{9}v_0^2$

所用时间为 $t_2'=\frac{v_{20}-v_{球1}}{g}=\frac{2\sqrt{5}-2}{3}\sqrt{\frac{5L}{g}}$

则从释放小球到小球第 2 次与圆盘发生碰撞的时间 $t=t_1+t_1'+t_2'=\frac{2\sqrt{5}+8}{3}\sqrt{\frac{5L}{g}}$

【小问 3 详解】

设第三次碰前小球的速度为v_{30}，由动量守恒定律可得$mv_{30}=mv_{31}+2mv_{32}$

由机械能守恒定律可得$\frac{1}{2}mv_{30}^2=\frac{1}{2}mv_{31}^2+\frac{1}{2}\cdot 2mv_{32}^2$

解得$v_{31}=-\frac{1}{3}v_{30}$，$v_{32}=\frac{2}{3}v_{30}$

第二次碰撞后，圆盘减速到0过程中，小球刚好回到本次碰撞位置。从第二次碰撞位置到第三次碰前的位置，

由速度位移关系可得$v_{30}^2-v_{21}^2=2g\cdot\frac{v_{22}^2}{2g}$

解得$v_{30}^2=v_{21}^2+v_{22}^2=\left(-\frac{v_{20}}{3}\right)^2+\left(\frac{2v_{20}}{3}\right)^2=\frac{5}{9}v_{20}^2=\left(\frac{5}{9}\right)^2v_0^2$

由推导可得规律：每次碰撞后，圆盘减速到0过程中，小球刚好回到本次碰撞位置，下一次碰撞前小球速

度满足$v_{n0}^2=\left(\frac{5}{9}\right)^n v_0^2$（第$k$次碰撞前对应$n=k-1$，$k$、$n$均为正整数）

第一次碰撞后到第二次碰撞前，圆盘的位移为$x_1=\frac{0-v_{盘1}^2}{2(-g)}=\frac{40L}{9}$

第二次碰撞后到第三次碰撞前，圆盘的位移为$x_2=\frac{0-v_{22}^2}{2(-g)}=\frac{v_{22}^2}{2g}=\frac{2v_{20}^2}{9g}=\frac{5}{9}\cdot\frac{2v_0^2}{9g}=\frac{5}{9}\cdot\frac{40L}{9}$

前n次碰撞前，圆盘总下滑距离为等比数列，求和可得$S_n=\sum_{i=1}^n x_i=\frac{40L}{9}\cdot\frac{1-\left(\frac{5}{9}\right)^n}{1-\frac{5}{9}}=10L\left[1-\left(\frac{5}{9}\right)^n\right]$

当$n\to\infty$，总下滑距离的极限为$S=10L<12L$

可知，圆盘未脱离直圆管，圆盘与管壁间产生的热量$Q=4mgS=40mgL$