

按秘密文件予以保存·使用前【建议使用时间：2026 年 10 月 15 日 14:00~16:00】

2026 年秋季学期高三第一次质量检测（SC1）

数 学

ZJ-1203256895155-GZ3-26Q-ZHLJIAN1

AI 质检

考生注意

1. 练习分为试题卷和答题卡两部分，试题卷和答题卡各 1 张。
2. 试题卷共 4 页，答题卡共 6 面，满分 150 分，测试时间 120 分钟。
3. 练习前，同学们务必用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔将试题卷和答题卡内项目填写清楚。
4. 同学们作答时，请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上作答无效。
5. 考试结束后，请将试题卷、答题卡和草稿纸一并交回。

◆ 预祝你们考试成功 ◆

一、选择题：共 8 小题，每小题 5 分，满分 40 分。从题后所给的四个选项中，只有一项符合题意。

1. 已知复数 z 满足 $zi = 1 - 2z$ ，则复数 z 在复平面内对应的点位于（ ）
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
2. 不等式 $\frac{x^3}{x-1} \geq 2$ 的解集是（ ）
A. $\{x | -1 \leq x < 1\}$ B. $\{x | -1 \leq x \leq 1\}$ C. $\{x | x \leq -1\}$ D. $\{x | x > 1\}$
3. 下列函数中是增函数的为（ ）
A. $f(x) = -x$ B. $f(x) = \left(\frac{3}{4}\right)^x$ C. $f(x) = x^2$ D. $f(x) = \sqrt[3]{x}$
4. 双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{5} = 1$ 的两条渐近线夹角的正切值为（ ）
A. $-\frac{\sqrt{5}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{4}$ D. $-\frac{\sqrt{5}}{4}$
5. 已知函数 $f(x) = 2^x + x$ ， $g(x) = \log_2 x + x$ ， $h(x) = \sin x + x$ 的零点分别是 a ， b ， c ，则 a ， b ， c 的大小顺序是（ ）
A. $a > b > c$ B. $b > a > c$ C. $c > a > b$ D. $b > c > a$
6. 随着社会的发展，人与人的交流变得便捷，信息的获取、传输和处理变得频繁，这对信息技术的要求越来越高，无线电波的技术也越来越成熟. 已知电磁波在空间中自由传播时能损耗公式为 $L = 32.4 + 20(\lg D + \lg F)$ ，其中 D 为传输距离(单位：km)， F 为载波频率(单位：MHz)， L 为传输损耗(单位：dB). 若载波频率变为原来的 100 倍，传输损耗增加了 60 dB，则传输距离变为原来的（ ）
A. 100 倍 B. 50 倍 C. 10 倍 D. 5 倍
7. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $a = 3$ ， $b = 5$ ， $C = \frac{2\pi}{3}$ ，则 c 等于（ ）

- A. $\sqrt{19}$ B. 7 C. 4 D. 8

8. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \ln x + 2 - \frac{2}{e}, & x > 0 \\ 2xe^x, & x \leq 0 \end{cases}$, 若方程 $f(x) = k(x+1) - \frac{2}{e}$ 有三个根, 则实数 k 的取值范围是 ()

- A. $(0, \frac{2}{e})$ B. $(\frac{2}{e}, 1)$ C. $(0, \frac{2}{e}]$ D. $(\frac{2}{e}, 1]$

二、选择题：共 3 小题，每小题 6 分，满分 18 分。从题后所给的四个选项中，有多项符合题意，选对得 6 分，部分选对得部分分，有选错的得 0 分。

9. 已知二项展开式 $(1-x)^9 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_9x^9$, 则 ()

- A. $a_0 = 1$
B. $a_1 + a_2 + \cdots + a_9 = 0$
C. $a_1 + a_8 = 0$
D. $a_0 + a_2 + \cdots + a_8 = 256$

10. 已知函数 $f(x) = e^x - x$, 在同一平面直角坐标系中, 函数 $g(x)$ 与 $f(x)$ 的图像关于 y 轴对称, 下列说法正确的有 ()

- A. $g(x) = e^{-x} + x$
B. 当 $x > 0$ 时, $f(x)$ 与 $g(x)$ 的大小关系不确定
C. 当 $a > 1$ 且 $x > 1$ 时, 不等式 $e^x + \ln x - x + \ln a \geq ax$ 恒成立, 则实数 a 的最大值为 e
D. 记 $h(x) = af(x) - g(x)$, 当 $0 < a < \frac{1}{2}$ 时, 若 x_0 为 $h(x)$ 的极小值点, 则 $h(x_0) < \frac{1-3\ln 2}{2}$

11. 把向量 $\vec{AB} = (x, y)$ 绕其起点沿逆时针方向旋转 θ 角得到

$\vec{AP} = (x\cos\theta - y\sin\theta, x\sin\theta + y\cos\theta)$, 叫做把点 B 绕点 A 沿逆时针方向旋转 θ 角得到点 P . 已

知平面内点 $A(1, 2)$, 点 $B(1+t, 2-2t)$, $|\vec{AB}| = \sqrt{10}$, $\vec{AB} \cdot \vec{OA} < 0$ (其中 O 为坐标原点), 点

B 绕点 A 沿逆时针方向旋转 $\frac{\pi}{4}$ 得到点 P , 则 ()

- A. $B(1-\sqrt{2}, 2+2\sqrt{2})$
B. $\vec{AB} = (\sqrt{2}, -2\sqrt{2})$
C. $P(4, 1)$
D. $\vec{AB} \cdot \vec{AP} = 10$

三、填空题：共 3 小题，每小题 5 分，满分 15 分。

12. 已知向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 满足 $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 4$, $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$, 若 $(k\vec{a} - \vec{b}) \perp (\vec{a} + \vec{b})$, 则 $k =$ _____.

13. 已知幂函数 $f(x) = (m^2 - 5m + 7)x^{m-3}$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减, 若正数 a, b 满足 $a + 2b = m$, 则 $\frac{2}{a} + \frac{1}{b}$ 的最小值为_____.

14. 已知正四棱台的上、下底面边长分别为2和4，侧棱长为 $\sqrt{6}$ ，则其外接球的表面积为_____

四、解答题：共5小题，满分77分。做题时要写出所需的公式定理和必要的文字说明。

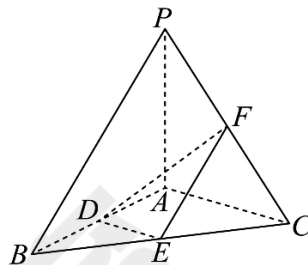
15. (满分13分)

如图，在三棱锥 $P-ABC$ 中， $PA \perp$ 平面 ABC ， $AB \perp AC$ ， D ， E ， F 分别是棱 AB ， BC ， PC 的中点， $AB=AC=1$ ， $PA=2$ 。

(1)证明： $PB \parallel$ 平面 DEF ；

(2)求直线 PA 与平面 DEF 所成角的正弦值；

(3)求点 C 到平面 DEF 的距离。



16. (满分15分)

某县承包了一块土地，已知土地的使用面积与相应的管理时间的关系如下表所示：

土地使用面积 x / 亩	1	2	3	4	5
管理时间 y /月	8	10	13	25	24

并调查了某村300位村民参与管理的意愿，得到的部分数据如下表所示（单位：人）：

	愿意参与管理	不愿意参与管理	合计
男性村民	150	50	200
女性村民	50	50	100
合计	200	100	300

(1)求出样本相关系数 r 的大小，并判断管理时间 y 与土地使用面积 x 是否线性相关（当 $|r| \geq 0.75$ 时，即可认为线性相关）；

(2)依据 $\alpha = 0.001$ 的独立性检验，分析村民的性别与参与管理的意愿是否有关；

(3)以该村村民的性别与参与管理意愿的情况估计该县的情况，从该县中任取3人，记取到不愿意参与管理的男性村民的人数为 X ，求 X 的分布列及数学期望。

参考公式： $r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$ ， $\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ ，其中 $n = a + b + c + d$ 。

临界值表：

α	0.1	0.05	0.01	0.005	0.001
x_α	2.706	3.841	6.635	7.879	10.828

参考数据： $\sqrt{635} \approx 25.2$.

17. (满分 15 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项的和为 S_n $S_n = 2a_n + n - 3$.

(1) 求出数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

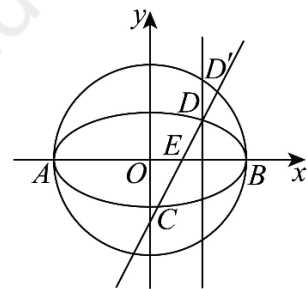
(2) 数列 $\{b_n\}$ 的通项公式为 $b_n = 2n$ ，求出数列 $\{b_n \cdot a_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

18. (满分 17 分)

已知椭圆 $C_1: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (0 < b < 2)$ ，离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ，圆 $C_2: x^2 + y^2 = 4$.

(1) 求椭圆 C_1 的方程；

(2) 如图所示， A, B 是曲线 C_1, C_2 的两个公共顶点，过点 $E(\frac{2}{3}, 0)$ 作一直线 l 与曲线 C_1 交于 C, D 两点 (D 在 C 的上方). 过 D 作与 y 轴平行的直线与圆 C_2 在 x 轴上方交于点 D' .



① 证明 $AD' \parallel BC$;

② 若直线 AC, BD' 交于 H ，求证： $\overrightarrow{OE} \cdot \overrightarrow{OH}$ 为定值.

19. (满分 17 分)

已知函数 $f(x) = (ax + 1)\ln x$ ， $g(x) = x - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{e^x}$ ， $a \in \mathbb{R}$.

(1) 若 $a = 1$ ，求 $f(x)$ 在 $(1, f(1))$ 处的切线方程；

(2) 证明： $g(x)$ 仅有一个极值点；

(3) 记 $g(x)$ 的极值点为 x_0 ，若 $a < 0$ ， $b \in \mathbb{R}$ ，对任意 $x > 0$ ， $f(x) \leq ax + b$ 恒成立，证明： $b - a \geq x_0$.