

绝密★启用前

2026年普通高等学校招生全国统一考试

数 学

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. $(1-3i)^2 =$

- A.
- $-8+6i$
- B.
- $-8-6i$
- C.
- $8+6i$
- D.
- $8-6i$

2. 若 $A = \{0, 1, 3, 6, 9\}$ ， $B = \{x | \sqrt{x} = x\}$ ，则 $A \cap B =$

- A.
- $\{0, 1\}$
- B.
- $\{3, 6\}$
- C.
- $\{0, 1, 9\}$
- D.
- $\{3, 6, 9\}$

3. 已知向量 a ， b 满足 $|a+b|=1$ ， $|a-b|=\sqrt{3}$ ，则 $a \cdot b =$

- A. 2 B. 1 C.
- $-\frac{1}{2}$
- D. -2

4. 双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 过点 $(1, 0)$ 和 $(\frac{\sqrt{7}}{2}, 3)$ ，则 C 的渐近线方程为

- A.
- $y = \pm 3\sqrt{2}x$
- B.
- $y = \pm 2\sqrt{3}x$
- C.
- $y = \pm \frac{\sqrt{6}}{3}x$
- D.
- $y = \pm \frac{\sqrt{2}}{6}x$

5. 棱台上下底面均为有一个内角为 60° 的菱形，且上下底面边长分别为 2，3。该棱台的高为 $\sqrt{3}$ ，则该棱台体积为

- A.
- $\frac{19}{12}$
- B.
- $\frac{19}{6}$
- C.
- $\frac{19}{4}$
- D.
- $\frac{19}{2}$

6. 甲、乙、丙、丁等 8 人分为 A, B 两技术小组, 要求每组 4 人, 且甲、乙必须在一组, 丙、丁不能在一组, 则分配的方案种数为

- A. 10 B. 12 C. 16 D. 24

7. 已知 α 为第二象限角, 且 $3\sin 2\alpha \cos \alpha = 8\sin \alpha \cos 2\alpha$, 则 $\frac{1+\sin \alpha}{2-\cos \alpha} =$

- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{5}{8}$

8. 若 $f(x)$ 为偶函数, 且 $f(x) + f(x-2) = 0$. 当 $x \in [\frac{3}{2}, 3]$ 时, $f(x) = x^2 + ax + b$, 则

- A. $a = -2, b = -3$ B. $a = -2, b = 3$
C. $a = -4, b = -3$ D. $a = -4, b = 3$

二、选择题: 本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分, 部分选对的得部分分, 有选错的得 0 分。

9. 已知 $\odot O: x^2 + y^2 = 1$, $\odot A: x^2 + y^2 - 6x - 8y + k = 0$, 则

- A. 点 A 的坐标为 $(-3, -4)$
B. 当 $k = 9$ 时, $\odot A$ 与 x 轴相切
C. 当 $k = -11$ 时, $\odot A$ 和 $\odot O$ 相切
D. 当 $\odot O$ 和 $\odot A$ 相交时, 两交点所在直线方程为 $6x + 8y - k - 2 = 0$

10. 等比数列 $\{a_n\}$ 的公比 $q \neq 1$, $a_1 > 0$, $2a_3 = a_1 + a_2$, 记 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 则

- A. $q = -\frac{1}{2}$ B. $S_n > \frac{2}{3}a_1$
C. $2S_{n+2} = S_{n+1} + S_n$ D. $\sum_{k=1}^n S_k > \frac{2n}{3}a_1$

11. 已知抛物线 $C: y^2 = 8x$, 斜率为 k 的直线 l 过点 $(-1, 0)$, $\triangle ABC$ 为等边三角形, 且 A 在 y 轴上, B, C 均在 l 上, 则

- A. 抛物线 C 的准线方程为 $x = -2$
B. l 与 x 轴的交点为 $(0, -k)$
C. 当 l 与 C 相切时, AB 过 C 的焦点 F

D. 当 l 的斜率为 2 时, $\triangle ABC$ 面积的最小值为 $\frac{\sqrt{13}}{13}$

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分。

12. 记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $a_1 = -1$ ， $a_4 = 5$ ，则 $S_6 =$ _____.

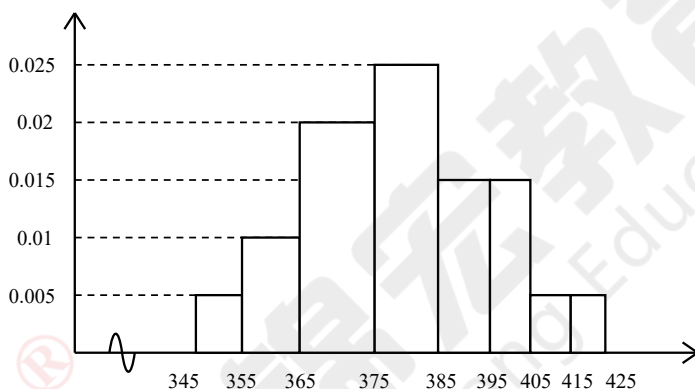
13. 若函数 $f(x) = 2^x + 2^{2-x} - m$ 有两个零点，则 m 的取值范围为_____.

14. 球 O 的体积为 $4\sqrt{3}\pi$ ，点 A, B, C, D 均在球上， $\triangle ABC$ 为正三角形. 若 $DA = DB = DC = \sqrt{2}$ ，则 $\triangle ABC$ 的面积为_____.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15. (13 分)

某工厂抽取一批电子元件检测，记录第一次出现故障的时间（天），绘制成如下的频率分布直方图：



(1) 求第一次出现故障的时间的第一四分位数和中位数；

(2) p 为首次故障时间小于 365 天的概率估计值.

(i) 求 p ；

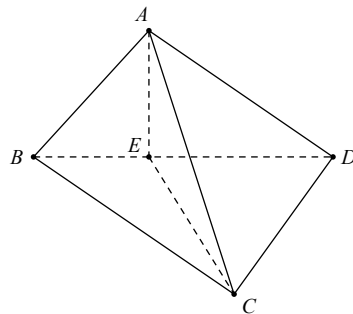
(ii) 工厂向某用于销售 100 件电子元件， X 为这 100 件产品首次出现故障小于 365 天的件数，若 $X \sim B(100, p)$ ，求 $E(X)$ ， $D(X)$.

16. (15 分)

如图，三棱锥 $A-BCD$ 中，点 E 在 BD 上，且 $AE \perp CE$ ， $AE \perp DE$ ， $CD \perp AD$.

(1) 证明： $CD \perp AB$ ；

(2) 若 $DE = 2$ ， $BE = 1$ ， $AE = \sqrt{2}$ ， $CD = 2\sqrt{3}$ ，求直线 AD 与平面 ABC 所成角的正弦值.



17. (15分)

在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\cos B = \frac{3}{4}$ $\cos^2(A+C) + \sin A \sin C = 1$.

(1) 证明: $\triangle ABC$ 为钝角三角形;

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{\sqrt{7}}{4}$, 求 $\triangle ABC$ 的周长.

18. (17分)

椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + y^2 = 1 (a > 1)$, 过 E 的右焦点且与 x 轴垂直的直线被 E 截得的长度为 $\sqrt{2}$.

(1) 求 E 的离心率;

(2) O 为坐标原点, 给定点 $G(t_0, 0) (t_0 \neq 0)$, $A(x_0, y_0) (y_0 \neq 0)$ 在 E 上, 过点 A 作 y 轴的垂线, 垂足为 B , AO 与 GB 交于点 P , 当 A 在 E 上运动时, P 的轨迹为 M .

(i) 求 M 的方程, 并说明 M 是什么曲线;

(ii) M 是否有中心点? 当 t_0 为何值时, M 有中心点? 当 M 有中心点时, 平移 M 到 M' , 使 O 为 M' 的中心点, 说明 M' 的形状.

19. (17分)

已知函数 $f(x) = xe^x + ax + b$, 曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线为 $y = -2x + 1$.

(1) 求 a, b ;

(2) 当 $x > 0$ 时, $f(x+m) - f(x) > m$, 求 m 的取值范围;

(3) 当 $x > 0$ 时, $f(x+k) + f(k-x) > 2f(k)$, 求 k 的最小值.