秘密★启用前

绵阳中学 2023 级高考适应性考试（一）

数学试题

（考试时间：120 分钟　试卷满分：150 分）

注意事项：

1. 答卷前，考生务必用黑色字迹的钢笔或签字笔将自己的姓名和考生号，试室号，座位号填写在答题卡上。用 2B 铅笔将试卷类型和考生号填涂在答题卡相应位置上。

2. 选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应的题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再填涂其他答案。答案不能答在试卷上。

3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案，不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答的答案无效。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求。

1．命题“$\forall x\in \mathrm{R}, x>x^2$”的否定是（　　）

A．$\exists x\in \mathrm{R}, x\le x^2$　　B．$\exists x\notin \mathrm{R}, x<x^2$　　C．$\forall x\notin \mathrm{R}, x>x^2$　　D．$\forall x\in \mathrm{R}, x\le x^2$

2．若 $(1-2ai)i=1-bi$，其中 $a,b\in \mathrm{R}$，则 $|a+bi|=$（　　）

A．$\frac{1}{2}$　　B．$\sqrt{5}$　　C．$\frac{\sqrt{5}}{2}$　　D．$\frac{5}{4}$

3．若直线 l 的一个方向向量为 $(3,\sqrt{3})$，则它的倾斜角为（　　）

A．$\frac{\pi}{6}$　　B．$\frac{\pi}{3}$　　C．$\frac{2\pi}{3}$　　D．$\frac{5\pi}{6}$

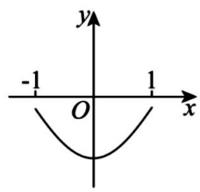
4．在等比数列 $\{a_n\}$ 中，$a_2=1$，$a_6=4$，则 a_4 等于（　　）

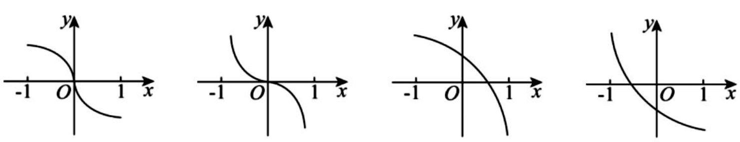
A．$\frac{5}{2}$　　B．2　　C．-2　　D．± 2

5．已知函数 $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{x}, x<0\\ 2^x-a, x\ge 0\end{cases}$ 的值域为 R，则实数 a 的取值范围是（　　）

A．$a>0$　　B．a开1　　C．$a<0$　　D．a•1

6．已知函数 $y=f(x)$ 的图象是下列四个图象之一，且其导函数 $y=f'(x)$ 的图象如图所示，则该函数的图象是（　　）





A　　B　　C　　D

7．已知$\alpha,\beta\in(0,\frac{\pi}{2})$，且$\sin(\alpha+\beta)=\frac{2\sqrt{2}}{3}$，$\tan\alpha\tan\beta=\frac{1}{4}$，则$\cos(\alpha-\beta)=$（　　）

A．$\frac{1}{5}$　　B．$\pm\frac{1}{3}$　　C．$\pm\frac{5}{9}$　　D．$\frac{5}{9}$

8．已知关于x的不等式$e^{lnmx-x}+2>x+\frac{2}{e^x}$有且仅有3个整数解，则实数$m$的取值范围为（　　）

A．$(1,\frac{e^3+2}{3})$　　B．$(1,\frac{e^3+2}{3}]$

C．$(\frac{e^3+2}{3},\frac{e^4+1}{2})$　　D．$(\frac{e^3+2}{3},\frac{e^4+1}{2}]$

二．多选题（本题共3题，每题6分，共18分. 全对得6分，部分选对得部分分，有选错得0分）

9．设A，B是一个随机试验中的两个事件，且$P(A)=\frac{1}{2}$，$P(B)=\frac{2}{3}$，$P(A+B)=\frac{5}{6}$，则（　　）

A．A，B是相互独立事件　　B．事件A，B互斥

C．$P(A+\overline{B})=P(\mathrm{B})$　　D．$P(\overline{B}|A)=P(\overline{A}|B)$

10．已知曲线$C:x^2+y^2\cos\alpha=1$，$\alpha\in[0，\pi]$，则下列结论正确的是（　　）

A．曲线C可能是圆，不可能是直线

B．曲线C可能是焦点在y轴上的椭圆

C．当曲线C表示椭圆时，则α越大，椭圆越圆

D．当曲线C表示双曲线时，它的离心率有最小值，且最小值为$\sqrt{2}$

11．已知定点A，B，$C\in$平面α，$\triangle ABC$是边长为$4\sqrt{3}$的等边三角形，若动点P到平面α的距离是1，则下列说法正确的是（　　）

A．三棱锥$A-BCP$的体积为定值

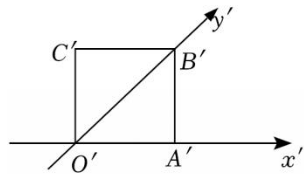
B．点C到平面PAB的距离的最大值是6

C．当点Q（异于点P）到平面α的距离是1时，$PQ//\alpha$

D．若A，B，C，P在一个半径为5的球O的球面上，则P的轨迹长度是$2(3+\sqrt{21})\pi$

三．填空题（本题共3小题，每小题5分，共15分）

12．一水平放置的平面图形，用斜二测画法画它的直观图，此直观图恰好是边长为1的正方形（如图所示），则原平面图形的周长为____.



13．已知函数$f(x)=ax^2-lnx$在区间$[1，2]$上存在单调递增区间，则实数a的取值范围是______.

14．在ΔABC中，角A，B，C的对边分别为a，b，c，若$a\cos B-b\cos A=c-b$，则角$A=$____，若I为ΔABC的内心，且$\overrightarrow{AI}=\frac{\sqrt{3}}{3}\overrightarrow{IB}+\lambda\overrightarrow{IC}$，则$\lambda=$____.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15．（本小题满分 13 分）

在△ ABC 中，内角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，$\angle BAC=120°$，AD 为 $\angle BAC$ 的角平分线，且 $AD=2$．

（1）若 $\sin B=2\sin C$，求 a 的大小；

（2）设 M 为 BC 中点，连接 AM，△ ABC 面积取得最小值时，求线段 AM 的长度.

16．（本小题满分 15 分）

已知 $f(x)=x\sin x+a\cos x$，$x=\pi$ 是函数 $g(x)=f'(x)$ 的极小值点.

（1）求实数 a 的值；

（2）讨论函数 $f(x)$ 在区间 $(-2\pi,2\pi)$ 内的零点个数.

17．（本小题满分 15 分）

为了探究学生完成数学作业情况与成绩之间的联系，某学校采用按比例分层抽样的方式得到 200 名学生的测验成绩，样本中认真完成作业的学生成绩频率分布直方图如图 1 所示.若认为成绩不低于 120 分为优秀，且数学成绩为优秀的学生年级分布扇形图如图 2 所示，已知样本中高三年级有 15 位同学成绩为优秀，且在所有数学成绩为优秀的学生中，认真完成作业的学生占 80%.

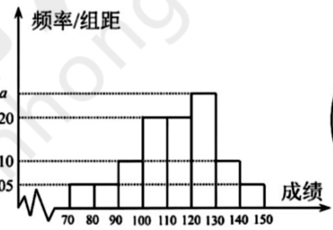


图 1

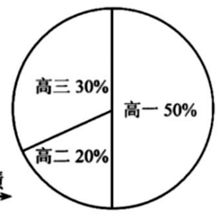


图 2

(1)求 a 的值，并且计算出样本中认真完成作业的学生成绩的下四分位数；

(2)根据样本数据完成下方 2×2 列联表，依据小概率值 $a=0.001$ 的独立性检验，分析认真完成作业与成绩是否有关.

	认真完成作业	不认真完成作业
成绩优秀		
成绩不优秀		

附：. $x^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

a	0.1	0.05	0.01	0.005	0.001
x_a	2.706	3.841	6.635	7.879	10.828

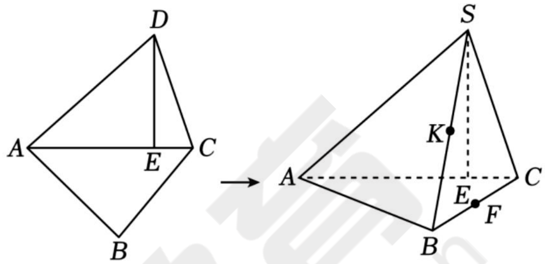
18．（本小题满分 17 分）

已知△ABC 为等腰直角三角形，$\angle B=90°, AB=BC=4\sqrt{2}$，点 E 满足 $\overrightarrow{AE}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}, DE\perp AC, DE=4$，点 D，B 在直线 AC 异侧．将△DAC 绕直线 AC 向上旋转至△SAC，点 F 为 BC 的中点．

（1）证明：$FS\perp AC$；

（2）若 $SB=2\sqrt{13}$，点 G 在三棱锥的表面上恒有 $BG\perp AC$，试求 G 的轨迹长度；

（3）在△DAC 绕直线 AC 旋转至 $SB=2\sqrt{13}$ 的过程中，K 为 SB 的中点，试求平面 AKC 与平面 SEB 所成角的余弦值的取值范围．



19．（本小题满分 17 分）

已知一簇双曲线 $E_n: x^2-y^2=n(n\in N^*)$ 当 $n=1$ 时，双曲线 E_1 右顶点为 $A_1(x_1,\ 0)$，现按照如下规则依次构造点 $A_n(n\in N^*，n\geq 2)$：过点 A_{n-1} 作 x 轴的垂线交第一象限的渐近线于点 Q_n，再过点 Q_n 作 x 轴的平行线与曲线 E_n 的右支交于点 A_n，记点 A_n 坐标为 $(x_n, y_n)(n\in N^*)$．

（1）求点 A_2 的坐标；

（2）双曲线 E_n 的左焦点为 F_n，右焦点为 G_n，记 $\overrightarrow{A_nF_n}\cdot\overrightarrow{A_nG_n}=a_n$，求 $\frac{1}{a_3}+\frac{1}{a_4}+\cdots+\frac{1}{a_{20}}$ 的值；

（3）设 α_n 为射线 OA_n 与 x 轴正半轴的夹角，已知 $\theta>0$，存在实数 φ，使得对任意 $m\in N^*$，不等式 $\cos(\frac{m\theta}{4}+\varphi)<\sqrt{2}\sin\alpha_n(n\in N^*, n\geq 2)$ 均成立，求 θ 的最小值．