

秘密★启用前

2026 年 高 考 适 应 性 考 试

数 学

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、座位号和班级填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷、答案卡和草稿纸一并交回。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知复数 $z=1+i$ ，则 $z \cdot \bar{z} =$
A. 2 B. $\sqrt{2}$ C. 0 D. -1
2. 已知集合 $A=\{-1, 0, 1, 2\}$ ，集合 $B=\{x|\sqrt{x}<2\}$ ，则 $A \cap B =$
A. $\{-1, 0\}$ B. $\{1, 2, 3\}$
C. $\{0, 1, 2\}$ D. $\{x|0 < x < 4\}$
3. 已知 $a>0, b>0$ ，则“ $ab \leq 1$ ”是“ $a+b=2$ ”的
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
4. 已知向量 a, b 满足 $a+b=(-2, 1)$ ， $a-b=(2, 1)$ ，则 $a \cdot b =$
A. -2 B. -1
C. 1 D. 0
5. 5 名工人各自在 4 天中选择 1 天休息，不同方法的种数是
A. 4^5 B. 5^4
C. A_5^4 D. C_5^4
6. 已知各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$ ，若 $a_5 - a_1 = 15$ ， $a_4 - a_2 = 6$ ，则公比 $q =$
A. $\frac{1}{2}$ B. 2 C. $\sqrt{2}$ D. 4

7. 已知双曲线 C 的焦点在 y 轴上，且其中一条渐近线方程为 $x+2y=0$ ，则该双曲线的离心率为

- A. $\sqrt{3}$ B. 2 C. $\sqrt{5}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

8. 将函数 $f(x) = \sin 2x - \cos(x - \frac{\pi}{2})$ ($x > 0$) 的零点从小到大排列构成数列 $\{x_n\}$ ，则 $\{x_n\}$ 的前 8 项和为

- A. 10π B. 14π C. 16π D. 18π

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分。

9. 某学校开展了一次国防知识测试活动，满分为 10 分，用纸质统计了 40 名学生的成绩，如下表所示，最低分为 5 分，有部分格子破损。

| | | | | | | |
|------|--|---|---|---|----|----|
| 成绩/分 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 人数 |  | | 8 | 7 | 10 | 7 |

关于这 40 名学生的成绩，则

- A. 众数为 9 B. 极差为 5
 C. 第 30 百分位数为 6 D. 平均数小于中位数
10. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， E, F, G, H, M, N 分别是棱 $AB, BC, A_1B_1, BB_1, C_1D_1, CC_1$ 的中点。下列说法正确的是
- A. 直线 EF, MN, CD 相交于同一点
 B. GN 和 MH 是异面直线
 C. 若点 K 在直线 AB_1 上，则 $CK \parallel$ 平面 EFH
 D. E, F, G, H, M, N 在同一个球面上
11. 已知 O 为坐标原点，抛物线 $E: x^2 = 4y$ 的焦点为 F ，点 A (异于 O) 在抛物线 E 上， $AB \perp x$ 轴于点 B ，曲线 E 在点 A 处的切线为 l ，且 l 与 x 轴交于点 C 。下列说法正确的是
- A. C 为 OB 的中点
 B. $\triangle ACF$ 可能为锐角三角形
 C. 若 $\angle CAF \leq 45^\circ$ ，则四边形 $ABCF$ 的面积不小于 $\frac{3}{2}$
 D. 若 l 与圆心在 y 轴上的圆 D 相切于点 A ，且 $\angle DAF = 60^\circ$ ，则 $D(0, 5)$

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分。

12. 已知随机事件 A 和 B ，其中 $P(A)=P(B)=\frac{1}{2}$ ， $P(A\cup B)=\frac{3}{4}$ 。则 $P(AB)=$ _____。

13. 若 $f(x)$ 是奇函数，当 $x\in(0, +\infty)$ 时， $f(x)=\log_{\sqrt{3}}x$ 。则 $f(-3)=$ _____。

14. 融合科技和娱乐的无人机群表演深受人们欢迎。现有 n 架无人机 A_1, A_2, \dots, A_n 依次围成一个圆形飞行表演编队 (A_1, A_n 相邻)。操控员需要对每架无人机发送两种编码：频段编码 (0 或 1) 和校验编码 (T 或 t)，无人机端接收频段编码和校验编码。为了保证无人机群飞行的稳定，要求相邻两架无人机之间的频段编码或者校验编码至少有一个相同，称满足这样条件的编码为合法编码，设该无人机群飞行编队的合法编码有 a_n 种。则 $a_3=$ _____， $a_{99}=$ _____。

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15. (13 分)

记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，已知 $c\sin B = b\cos(C - \frac{\pi}{6})$ 。

(1) 求 C ；

(2) 若 D 是 AB 边上一点，且 $BD=CD=2AD$ ，求 $\frac{b}{a}$ 的值。

16. (15 分)

椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 ，过 E 外的点 $M(0, 2)$

且斜率为 k 的直线 l 交 E 于 A, B 两点。当 l 过 F_1 时， $\triangle ABF_2$ 的周长为 8， $\cos \angle AMF_2 = \frac{1}{3}$ 。

(1) 求 E 的方程；

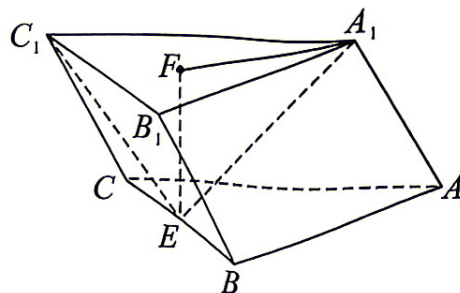
(2) O 为坐标原点，设直线 OA, OB 的斜率分别为 k_1, k_2 。证明： $k_1, -k, k_2$ 成等差数列。

17. (15 分)

如图，三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，底面是边长为 2 的正三角形， $\angle BAA_1 = \angle CAA_1 = 60^\circ$ ， $AA_1 = 1$ ， E 为 BC 的中点， F 为上底面 $\triangle A_1B_1C_1$ 的中心。

(1) 证明： $EF \perp$ 平面 ABC ；

(2) 求平面 A_1EF 与平面 A_1C_1E 的夹角的余弦值。



18. (17分)

一个袋子中装有 n 个大小相同的小球，编号分别为 $1, 2, 3, \dots, n$ ，且 $n \geq 3$ ， $n \in \mathbf{N}^*$ 。

进行两次实验：

第一次：从中不放回地随机取出 k 个球，记所取球的编号组成的集合为 M 。第一次实验完成后，将球放回袋中，再进行第二次实验；

第二次：从中不放回地随机取出 k 个球，记所取球的编号组成的集合为 N 。

设随机变量 X 表示 $M \cap N$ 的元素个数。

(1) 若 $n=4$ ， $k=2$ ，求 X 的分布列；

(2) 若 $k=3$ ，且 $P(X=2) = \frac{9}{20}$ ，求 n ；

(3) 求 X 的方差 $D(X)$ (结果用 k, n 表示)，并探究 k, n 具有怎样的关系时， $D(X)$ 最大。

19. (17分)

已知函数 $f(x) = (2x^2 + x - 1)\ln(x+1) - \frac{1}{2}x^3 + ax^2 + x (a \in \mathbf{R})$ 。

(1) 证明：当 $a \geq -\frac{3}{2}$ 时， $x \in (-1, 0)$ ， $f(x) < f(1)$ ；

(2) 若 $f(x)$ 存在两个极大值点 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$ 。

(i) 当 0 是 $f(x)$ 的极小值点时，证明： $f(x_1) < f(x_2)$ ；

(ii) 当 $x_1 = 0$ 时，是否存在 a ，使得 $f(x_1) = f(x_2)$ ？如果存在，请求出 a 的值，如果不存在，请说明理由。