2026 届高三第二次模拟测试

数　学

本试卷满分 150 分,考试时间 120 分钟。

注意事项：

1. 答题前，务必将自己的姓名、考号填写在答题卡规定的位置上。

2. 答选择题时，必须使用 2B 铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦擦干净后，再选涂其他答案标号。

3. 答非选择题时，必须使用 0.5 毫米黑色笔迹的签字笔，将答案书写在答题卡规定的位置上。

4. 所有题目必须在答题卡上作答，在试题卷上答题无效。

5. 考试结束后，只将答题卡收回。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知集合 $A=\{-1,0,1,2,3\}$，集合 $B=\{x|-2<x\leqslant 0\}$，则 $A\cap B=$

A．$\{-2,-1,0\}$　　B．$\{0,1,2\}$　　C．$\{0,1\}$　　D．$\{-1,0\}$

2．若复数 z 满足 $z\mathrm{i}=-1+2\mathrm{i}$，则 z 在复平面内对应的点位于

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

3．已知 $\vec{a}=(1,-2),\vec{b}=(x,3)$.若 $\vec{a}//\vec{b}$，则 $x=$

A．-6　　B．$-\dfrac{3}{2}$　　C．$\dfrac{3}{2}$　　D．6

4．为了得到函数 $y=\sin 2x$ 的图象，只需将函数 $y=\sin(4x+\dfrac{\pi}{6})$ 的图象上所有的点

A．先将横坐标伸长到原来的 2 倍，纵坐标不变，再向右平移 $\dfrac{\pi}{12}$ 个单位长度

B．先将横坐标伸长到原来的 2 倍，纵坐标不变，再向左平移 $\dfrac{\pi}{12}$ 个单位长度

C．先将横坐标缩短到原来的 $\dfrac{1}{2}$ 倍，纵坐标不变，再向左平移 $\dfrac{\pi}{12}$ 个单位长度

D．先将横坐标缩短到原来的 $\dfrac{1}{2}$ 倍，纵坐标不变，再向右平移 $\dfrac{\pi}{12}$ 个单位长度

5．若 $(x+\dfrac{1}{x^2})^n$ 的展开式中各项的二项式系数和为 64，则展开式中含 x^3 项的系数为

A．1　　B．6　　C．15　　D．20

6．如果一个数列从第 2 项起，每一项与它的前一项的和都等于同一个常数，那么这个数列叫做等和数列，这个常数叫做等和数列的公和.已知等和数列 $\{a_n\}$ 中，$a_5=1$，公和为 5，则 $\ln a_{2026}=$

A．0　　B．$\ln 2$　　C．$2\ln 2$　　D．4

7. 在三棱锥 $P-ABC$ 中，若 $PA\perp$ 平面 ABC，$AB\perp BC$，则平面 ABC、平面 PAB、平面 PBC、平面 PAC 中相互垂直的共有

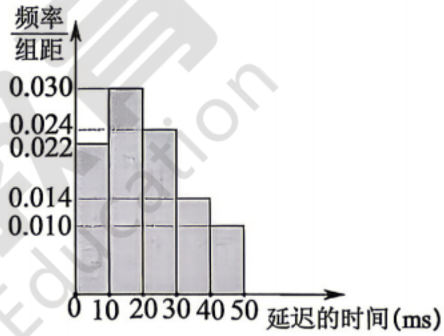
A. 1对　　B. 2对　　C. 3对　　D. 4对

8. 已知过点 $P(2,0)$ 的直线 l 与抛物线 $C:y^2=4x$ 交于 M,N 两点.若 Q 为直线 $x=-2$ 上的动点，则 $\overrightarrow{QM}\cdot\overrightarrow{QN}$ 的最小值为

A. 10　　B. 8　　C. 6　　D. 4

二、选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分。

9. 为评估某款"端侧AI芯片"在不同模型架构下的推理延迟表现，研发团队在固定输入长度(128 tokens)的条件下，对200个公开的深度学习模型进行了单次推理延迟测试(单位: ms). 测试结果经异常值剔除后，得到如图所示的频率分布直方图，其中分组区间为 $[0,10),[10,20),[20,30),[30,40),[40,50]$，则下列结论正确的是



A. 样本中延迟在 $[10,20)$ ms 内的模型个数为60

B. 估计样本的中位数落在区间 $[20,30)$ 内

C. 估计样本的平均数约为 22.5 ms

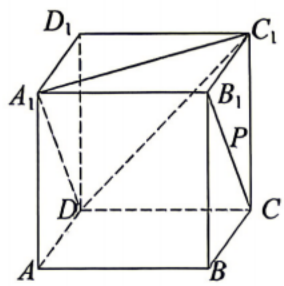
D. 该分布呈现出右边"拖尾"形态，说明大部分模型的延迟较低

10. 已知函数 $f(x)=\ln(|x|-1)+x$，则下列说法正确的是

A. $f(x)$ 是偶函数　　B. $f(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增

C. $f(x)$ 的导函数有且只有一个零点　　D. $f(x)$ 的极值与极值点数值相等

11. 如图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 P 在线段 B_1C 上运动，则下列结论正确的是



A. $AP//$ 平面 A_1C_1D

B. 不存在点 P,使得平面 $PBD_1\perp$ 平面 A_1C_1D

C. 直线 C_1P 与平面 A_1C_1D 所成角的正弦值的最大值为 $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

D. 若正方体棱长为1，则以 P 为球心，PD 为半径的球体被平面 A_1C_1D 所截图形面积的最小值为 $\dfrac{2}{3}\pi$

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分。

12．设 S_n 为等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $S_3=2,S_6=18$，则数列 $\{a_n\}$ 的公比为_______.

13．已知圆 C: $x^2+y^2=4$，过点 $P(2\sqrt{3},0)$ 的直线 l 与圆 C 交于 A,B 两点，且 $|AB|=2$，设直线 l 的倾斜角为 θ，则 $\cos 2\theta=$_______.

14．函数 $f(x)$ 同时满足下列三个条件：

①定义域为 R，值域为 $[0,1]$；

②在区间 $[0,1]$ 上单调递增，在区间 $[1,2]$ 上单调递减；

③对任意 $x\in R$，都有 $f(x)=f(x+2)$.

请写出符合要求的一个 $f(x)$ 的解析式_______.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15．（本小题满分 13 分）

在 ΔABC 中，已知内角 A,B,C 满足 $\sin 2A-\sin(B+C)=0$.

（1）求 A；

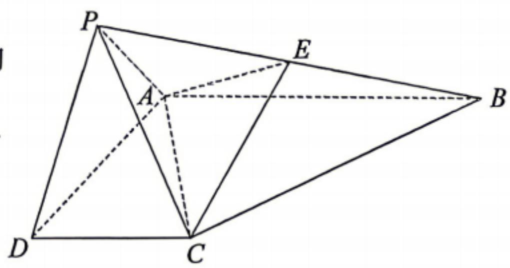
（2）设 BC 边上的中线为 AD，若 $|\overrightarrow{AD}|=\sqrt{7}$，求 ΔABC 面积的最大值.

16．（本小题满分 15 分）

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$，ΔPAD 是以 AD 为斜边的等腰直角三角形，$AB/\!/CD, AB\perp AD, AB=AD=2CD=2, \overrightarrow{PE}=\lambda\overrightarrow{EB}(\lambda>0)$.

（1）当 $\lambda=1$ 时，求证：$CE/\!/$ 平面 PAD；

（2）若三棱锥 $C-ABE$ 的体积与四棱锥 $P-ABCD$ 的体积之比为 $\dfrac{2}{9}$，求平面 ACE 与平面 PAD 的夹角的余弦值.



17．（本小题满分 15 分）

已知函数 $f(x)=\ln x+ax^2-(2a+1)x$，（其中 $a\in R$），其导函数为 $f'(x)$.

（1）若 $a=1$，求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程；

（2）若函数 $f(x)$ 在区间 $(0,1)$ 上单调递增，在区间 $(1,+\infty)$ 上单调递减，求实数 a 的取值范围，并探究函数 $f(x)$ 的零点个数.

18.（本小题满分 17 分）

已知 M 是圆 $A:(x+2)^2+y^2=36$ 上一动点，$B(2,0)$，线段 BM 的中垂线 l_1 与线段 AM 交于点 N，点 N 的轨迹为 C.

（1）求 C 的方程；

（2）设 P,Q 是 C 上的两点，且 $\overrightarrow{PB}/\!/\overrightarrow{BQ}$，$P$ 在直线 $l_2:x=t\ (t>3)$ 上的射影为 R，是否存在 t，使得直线 QR 过平面内的定点？若存在，求出 t 的值和定点坐标；若不存在，请说明理由。

19.（本小题满分 17 分）

为培养学生的晨读习惯，某高校推行“每日晨读打卡”学分制度，学生每日需完成线上打卡，打卡结果分为有效打卡和无效打卡，打卡结果如下：

①学生首日进行晨读打卡时，有效打卡的概率为 $\frac{2}{3}$，无效打卡的概率为 $\frac{1}{3}$；

②若前一日为有效打卡，则次日有效打卡的概率为 $\frac{3}{4}$，无效打卡的概率为 $\frac{1}{4}$；

③若前一日为无效打卡，则次日有效打卡的概率为 $\frac{1}{2}$，无效打卡的概率为 $\frac{1}{2}$.

记事件 A_n：第 n 天该学生晨读打卡为有效打卡，$P(A_n)$ 表示事件 A_n 发生的概率.

（1）求 $P(A_2)$ 的值，并推导 $P(A_n)$ 与 $P(A_{n-1})$ 的关系式（$n\geqslant 2,n\in N^*$）.

（2）记该学生前 n 天晨读打卡中有效打卡的总次数为 X_n，$E(X_n)$ 为 X_n 的数学期望.

（i）当 $n=2$ 时，求 X_2 的分布列与 $E(X_2)$；

（ii）对任意 $n\geqslant 2$，证明：数列 $\left\{E(X_n)-\frac{2}{3}n\right\}$ 是常数数列，并说明其实际意义.