准考证号　姓名　班级　学校

成都石室中学2025年高考适应性测试演练模拟考试

数　学

（全卷满分 150 分，考试时间 120 分钟）

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在本试卷和答题卡相应位置上.

2. 作答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案. 答案不能答在试卷上.

3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答. 答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先画掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液. 不按以上要求作答无效.

4. 考生必须保证答题卡的整洁. 考试结束后，将试卷和答题卡一并交回.

第Ⅰ卷（选择题，共 58 分）

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 化简 $\left(2\mathrm{i}+\frac{1}{\mathrm{i}}\right)^3$ 等于

A. 1　　B. i　　C. -1　　D. $-\mathrm{i}$

2. 为确保信息安全，信息需加密传输，发送方由明文→密文（加密），接收方由密文→明文（解密），已知加密规则为：明文 a,b,c,d 对应密文 $a+2b,2b+c,2c+3d,4d$. 例如，明文 1,2,3,4 对应密文 5,7,18,16. 当接收方收到密文 14,9,23,28 时，则解密得到的明文为

A. 6,4,1,7　　B. 4,6,1,7

C. 7,6,1,4　　D. 1,6,4,7

3. 圆 $x^2-8x+y^2+7=0$ 和圆 $x^2+y^2-6y+5=0$ 的公切线有

A. 1 条　　B. 2 条　　C. 3 条　　D. 4 条

4. 已知 A 为△ABC 的一个内角，且 $\tan\left(A+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{2}$，则 $\cos A=$

A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$　　B. $-\frac{\sqrt{10}}{10}$

C. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$　　D. $-\frac{3\sqrt{10}}{10}$

5. 设 m,n 是两条不同的直线，α,β 是两个不同的平面. 下列命题正确的是

A. 若 $\alpha\perp\beta,m\subset\alpha,n\subset\beta$，则 $m\perp n$

B. 若 $\alpha /\!/ \beta,m\subset\alpha,n\subset\beta$，则 $m /\!/ n$

C. 若 $m\perp n,m\subset\alpha,n\subset\beta$，则 $\alpha\perp\beta$

D. 若 $m\perp\alpha,m /\!/ n,n /\!/ \beta$，则 $\alpha\perp\beta$

6. 已知向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $120°$，$|\boldsymbol{a}|=3$，$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=\sqrt{13}$，则 $|\boldsymbol{b}|$ 等于

A. 1　　B. 3　　C. 4　　D. 5

7. 设集合 $A=\left\{n\in\mathbf{N}^*\left|\frac{3^n+4^n}{7}\in\mathbf{N}^*\right.\right\}$，将 A 中的元素按照从小到大的顺序排列，前 10 个数的和等于

A. 55　　B. 100　　C. 145　　D. 280

8. 已知 $a>2,8^a+15^a=17^b$，则

A. $a>b>2$　　B. $a>2>b$

C. $b>a>2$　　D. $b>2$，但 a 和 b 的大小关系无法确定

二、多项选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分.

9. 设 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 的极差为 X，平均值为 $\overline{x}$，中位数为 m，方差为 s. $y_i=ax_i+b(i=1,2,\cdots,n)$，其中 $a,b\in\mathbf{R}$. $y_1,y_2,\cdots,y_n$ 的极差为 Y，平均值为 $\overline{y}$，中位数为 p，方差为 t，则

A. $Y=aX+b$　　B. $\overline{y}=a\overline{x}+b$

C. $p=am+b$　　D. $t=as+b$

10. 已知 $f(x)=\sin^4 x+2\sqrt{3}\sin x\cos x-\cos^4 x$，则

A. $f(x)$的最小正周期为 π

B. 存在 $x_0\in\mathbf{R}$，使得 $f(x_0)>f\left(\frac{\pi}{3}\right)$

C. 若 $f(x+\varphi)$为奇函数，则$|\varphi|$的最小值为$\frac{\pi}{12}$

D. 若 $f(x_1)=f(x_2)=1(x_1\neq x_2)$，则 $f(x_1+x_2)=2$

11. 设$\triangle ABC$中，$AB=2AC$. 下列命题正确的有

A. 若 $AC=3$，则$\triangle ABC$ 的周长的取值范围是$(9,18)$

B. 若 $AC=3$，则$\triangle ABC$ 的面积的最大值是 9

C. 若 $BC=3$，则$\triangle ABC$ 的周长的取值范围是$(6,12)$

D. 若 $BC=3$，则$\triangle ABC$ 的面积的最大值是 3

第Ⅱ卷(非选择题，共 92 分)

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12. $(x-1)(x+1)^8$ 的展开式中 x^5 的系数是__▲__.

13. 椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为 F_1，F_2，焦距为 $2c$，若直线 $y=\sqrt{3}(x+c)$与椭圆的一个交点 M 满足$\angle MF_1F_2=2\angle MF_2F_1$，则该椭圆的离心率等于__▲__.

14. 已知 $m>0$，$n>0$ 且 $m+n=\sqrt{a}$，若当$\left(m+\frac{1}{m}\right)\left(n+\frac{1}{n}\right)$取最小值时有 $m=n$，则 a 的取值范围是__▲__.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (本小题满分 13 分)某种纪念卡片有红色和蓝色两种，每次购买时只能购买一张，得到红色卡片和蓝色卡片的概率各为$\frac{1}{2}$. 某人连续购买了 4 张卡片. 假设每次购买得到的卡片的颜色互不影响.

(1)此人至少得到一张红色卡片的概率；

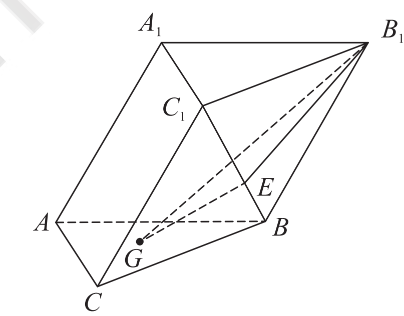
(2)若已知此人至少有一张红色卡片，求此人至少有一张蓝色卡片的概率.

16. (本小题满分 15 分)设 $f(x)=\frac{1}{3}e^{-x}(2x^2+4ax+4a)$.

(1)当 $a=2$ 时，求 $f(x)$的极小值；

(2)若 $f(x)$的极大值为 4，求 a 的值.

17. (本小题满分 15 分)如图，在斜三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，侧面 $AA_1B_1B\perp$底面 ABC，侧棱 AA_1 与底面 ABC 成 60°的角，$AA_1=2$，底面 ABC 是边长为 2 的正三角形，其重心为 G，E 是线段 BC_1 上一点，且 $GE\,/\!/$平面 AA_1B_1B.



(1)求$\frac{BE}{BC_1}$的值；

(2)求平面 B_1GE 与底面 ABC 所成的二面角的正切值.

18. (本小题满分 17 分)已知数列$\{a_n\}$满足 $a_1=\frac{1}{4}$，$(1-a_n)a_{n+1}=\frac{1}{4}$.

(1)设 $b_n=a_n+\alpha$，求 α 的值，使得对于任意 $n\in\mathbf{N}^*$ 且 $n\geqslant 2$，都有$\frac{2}{b_n}=\frac{1}{b_{n+1}}+\frac{1}{b_{n-1}}$；

(2)求证：$\frac{a_2}{a_1}+\frac{a_3}{a_2}+\cdots+\frac{a_{n+1}}{a_n}<n+\frac{3}{4}$.

19. (本小题满分 17 分)设动点 P 到点$(2,0)$的距离与到直线 $x=-2$ 的距离之积等于 4，动点 P 的轨迹为曲线 C.

(1)求曲线 C 与 x 轴的交点的坐标.

(2)过点$(1,0)$作不与坐标轴垂直的直线 l.

i)判断直线 l 与曲线 C 的交点的个数，并证明你的结论；

ii)定义平面上 n 个点 A_1，A_2，…，A_n 的重心 G 为满足$\overrightarrow{GA_1}+\overrightarrow{GA_2}+\cdots+\overrightarrow{GA_n}=\mathbf{0}$ 的点，若直线 l 与曲线 C 的所有交点的重心 G 到点$\left(\frac{5}{4},0\right)$的距离等于$\frac{7}{4}$，求点 G 的横坐标.

(注：关于 x 的一元 n 次方程 $a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_1x+a_0=0(a_n\neq 0)$有 n 个复数根 x_1，x_2，…，x_n，且 $x_1+x_2+\cdots+x_n=-\frac{a_{n-1}}{a_n}$，$x_1x_2\cdots x_n=\frac{(-1)^n a_0}{a_n}$.)