2024～2025学年度上期高中2023级期末考试

数 学

考试时间120分钟，满分150分

注意事项：

1. 答题前，考生务必在答题卡上将自己的姓名、座位号、准考证号用0.5毫米的黑色签字笔填写清楚，考生考试条形码由监考老师粘贴在答题卡上的“贴条形码区”。

2. 选择题使用2B铅笔填涂在答题卡上对应题目标号的位置上，如需改动，用橡皮擦擦干净后再填涂其它答案；非选择题用0.5毫米的黑色签字笔在答题卡的对应区域内作答，超出答题区域答题的答案无效；在草稿纸上、试卷上答题无效。

3. 考试结束后由监考老师将答题卡收回。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．在空间直角坐标系中，点 $A(-2,1,5)$ 关于 x 轴的对称点的坐标为

A． $(2,1,5)$　　B． $(2,-1,-5)$

C． $(-2,-1,-5)$　　D． $(-2,-1,5)$

2．若直线 l 的方向向量为 $(-1,\sqrt{3})$，且过点 $(0,2)$，则直线 l 的方程为

A． $\sqrt{3}x+y-2=0$　　B． $x+\sqrt{3}y-2\sqrt{3}=0$

C． $\sqrt{3}x-y+2=0$　　D． $x-\sqrt{3}y+2\sqrt{3}=0$

3．成都市某高中为鼓励全校师生增强身体素质，推行了阳光校园跑的措施，随机调查了10名同学在某天校园跑的时长（单位：分钟），得到统计数据如下：20，25，32，38，40，43，56，62，67，74，则这组数据的第70百分位数是

A．56　　B．59　　C．62　　D．64.5

4．设 $F_1(-5,0)$， $F_2(5,0)$ 为定点，动点 $P(x,y)$ 满足 $||PF_1|-|PF_2||=6$，则动点 P 的轨迹方程为

A． $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{16}=1$　　B． $\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{16}=1$　　C． $\dfrac{y^2}{9}+\dfrac{x^2}{16}=1$　　D． $\dfrac{y^2}{9}-\dfrac{x^2}{16}=1$

5．不透明的口袋里有4个白球，2个红球，这6个球除了颜色外完全相同，从中不放回地抽取2个球，则抽出的2个球均为白球的概率为

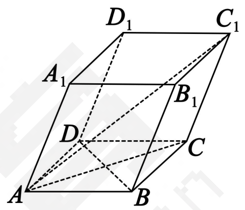
A． $\dfrac{4}{9}$　　B． $\dfrac{7}{15}$　　C． $\dfrac{2}{5}$　　D． $\dfrac{1}{18}$

6．已知圆C：$x^2+y^2=16$，直线l：$y=\sqrt{3}x+b$，若圆C上至少有3个点到直线l的距离为1，则b的取值范围为

A．$-6\leqslant b\leqslant 6$　　　　B．$-2\leqslant b\leqslant 2$

C．$b<-6$或$b>6$　　　　D．$b<-2$或$b>2$

7．如图，在平行六面体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$AB=AD=1$，$AA_1=2$，$\angle A_1AD=\angle A_1AB=\dfrac{\pi}{3}$，$\angle BAD=\dfrac{\pi}{2}$，则异面直线$AC_1$与$BB_1$所成角的余弦值为



A．$\dfrac{1}{2}$　　　　B．$\dfrac{\sqrt{2}}{3}$

C．$\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$　　　　D．$\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$

8．设A，B为双曲线$x^2-\dfrac{y^2}{2}=1$上的两点，线段AB的中点为$M(2,2)$，则$|AB|=$

A．$\sqrt{5}$　　B．$2\sqrt{5}$　　C．$\sqrt{10}$　　D．$2\sqrt{10}$

二、选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分。在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求；全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分。

9．在空间直角坐标系$Oxyz$中，$O(0,0,0)$，$A(1,0,0)$，$B(2,1,-2)$，$C(4,3,2)$，则

A．$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=4$

B．点A到直线BC的距离为$\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$

C．$|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{6}$

D．直线OA与平面OBC所成角的正弦值为$\dfrac{\sqrt{21}}{7}$

10．已知事件A，事件B发生的概率分别为$P(A)=\dfrac{3}{5}$，$P(B)=\dfrac{1}{3}$，则下列说法正确的是

A．若事件A与事件B互斥，则$P(A\cup B)=\dfrac{14}{15}$

B．若事件A与事件B相互独立，则$P(A\cup B)=\dfrac{11}{15}$

C．若事件B发生时事件A一定发生，则$P(AB)=\dfrac{7}{15}$

D．若$P(A\overline{B})=\dfrac{2}{5}$，则事件$A$与事件$B$相互独立

11．已知椭圆 C_1：$\dfrac{x^2}{a_1^2}+\dfrac{y^2}{b_1^2}=1\,(a_1>b_1>0)$ 与双曲线 C_2：$\dfrac{x^2}{a_2^2}-\dfrac{y^2}{b_2^2}=1\,(a_2>0$，$b_2>0)$ 的左、右焦点相同，分别为 F_1，F_2，椭圆 C_1 与双曲线 C_2 在第一象限内交于点 P，且 $\angle F_1PF_2=\dfrac{\pi}{3}$，椭圆 C_1 与双曲线 C_2 的离心率分别为 e_1，e_2，则下列说法正确的是

A．$b_2=\dfrac{\sqrt{3}}{3}b_1$　　B．当 $e_2=\sqrt{3}$ 时，$e_1=\dfrac{2}{3}$

C．e_1e_2 的最小值为 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　D．$\dfrac{1}{e_1}+\dfrac{1}{e_2}$ 的最大值为 $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分。

12．设一组数据 x_1，x_2，…，x_8 的平均数为 11，则 $8x_1+2$，$8x_2+2$，…，$8x_8+2$ 的平均数为______.

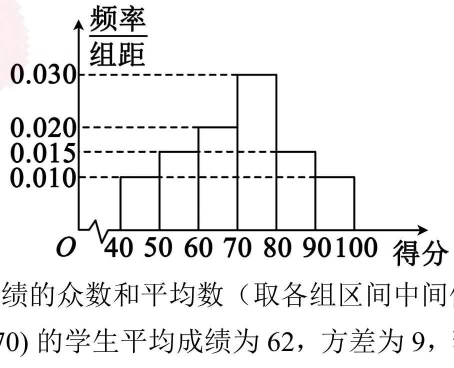
13．过 $A(0,0)$，$B(6,8)$，$C(3,-1)$ 三点的圆的标准方程为______.

14．已知椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的上顶点为 B，F_1，F_2 分别为椭圆的左、右焦点，过点 F_1 作线段 BF_2 的垂线 l，垂线 l 与椭圆 C 交于 M，N 两点，若椭圆 C 的离心率为 $\dfrac{1}{2}$，且 $|MN|=12$，则 $\triangle BMN$ 的周长为______.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15．（13 分）

“世界图书与版权日”又称“世界读书日”，2024 年 4 月 23 日是第 29 个“世界读书日”．自“世界读书日”确定以来，某高校每年都会举办读书知识竞赛活动来鼓励该校学生阅读，现从参加竞赛的学生中抽取 100 人，将他们的竞赛成绩分成六组：第 1 组 $[40,50)$，第 2 组 $[50,60)$，第 3 组 $[60,70)$，第 4 组 $[70,80)$，第 5 组 $[80,90)$，第 6 组 $[90,100]$，得到如图所示的频率分布直方图.



（1）求这 100 名学生成绩的众数和平均数（取各组区间中间值计算）；

（2）已知成绩落在 $[60,70)$ 的学生平均成绩为 62，方差为 9，落在 $[70,80)$ 的学生平均成绩为 77，方差为 4，求这两组成绩的总体平均数 ϖ 和总体方差 s^2.

16．（15 分）

已知圆 C：$(x-4)^2+(y+3)^2=4$，P 是直线 l：$x-y+1=0$ 上的一动点，过点 P 作圆 C 的切线，切点分别为 A，B．

（1）当点 P 的横坐标为 2 时，求切线的方程；

（2）当点 P 在直线 l 上运动时，求四边形 $PACB$ 面积的最小值．

17．（15 分）

甲、乙两人投篮，每次由其中一人投篮一次，规则如下：若命中，则此人继续投篮一次，若未命中，则换对方投篮一次．已知甲每次投篮的命中率均为 $\frac{3}{5}$，乙每次投篮的命中率均为 $\frac{7}{10}$，甲、乙每次投篮的结果相互独立，第一次投篮者为甲．

（1）求第 3 次投篮者为乙的概率；

（2）求前 4 次投篮中甲投篮次数不少于 3 次的概率．

18．（17 分）

在平行四边形 $ABCD$ 中（如图 1），$AB=2BC=2$，M 为 AB 的中点，将等边 $\triangle ADM$ 沿 DM 折起，连接 AB，AC，且 $AC=2$（如图 2）．

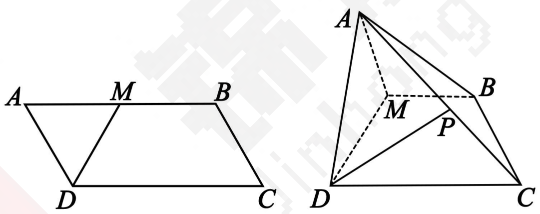


图 1　　图 2

（1）求证：$CM\perp$ 平面 ADM；

（2）求直线 AD 与平面 ABM 所成角的正弦值；

（3）点 P 在线段 AC 上，若点 P 到平面 ABM 的距离为 $\frac{2\sqrt{15}}{15}$，求平面 PDM 与平面 $BCDM$ 所成角的余弦值．

19．（17 分）

一动圆 C 与圆 C_1：$(x+1)^2+y^2=\frac{1}{4}$ 外切，与圆 C_2：$(x-1)^2+y^2=\frac{49}{4}$ 内切．

（1）设动圆圆心 C 的轨迹为 Γ，求曲线 Γ 的方程；

（2）① 若点 $A(-2,0)$，$B(2,0)$，P 是直线 $x=4$ 上的动点，直线 PA，PB 与曲线 Γ 分别交于 M，N 两点，证明：直线 MN 过定点；

② 设 $\triangle AMN$ 和 $\triangle BMN$ 的面积分别为 S_1 和 S_2，求 S_1-S_2 的最大值．