秘密 ★ 启用前

# 广安市高 2022 级第一次诊断性考试
# 数学试题

本试卷分选择题和非选择题两部分。满分 150 分，考试时间 120 分钟。

**注意事项：**

1. 答题前，务必将自己的姓名、座位号和准考证号填写在答题卡规定的位置上。

2. 答选择题时，必须使用 2B 铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。

3. 答非选择题时，必须使用 0.5 毫米黑色签字笔，将答案书写在答题卡规定的位置上。

4. 所有题目必须在答题卡上作答，在试题卷上答题无效。

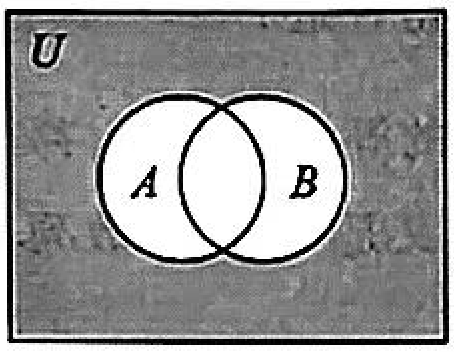
5. 考试结束后，只将答题卡交回。

**一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一个选项符合题目要求.**

1. 已知复数 $z$ 满足 $\frac{z}{2+z}=\frac{1}{2+i}$，则 $|z|=$

A. 1　　B. $\sqrt{2}$　　C. 2　　D. $\sqrt{5}$

2. 已知全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $A=\{x||x|\leqslant 1\}$，$B=\{y|y=\sqrt{x-1}\}$，则图中阴影部分表示的集合为




A. $(1,+\infty)$　　B. $[-1,+\infty)$　　C. $(-\infty,-1)$　　D. $[-1,0)$

3. 已知椭圆 $\frac{x^2}{m}+\frac{y^2}{n}=1$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$，则 $\frac{n}{m}=$

A. 2　　B. $\frac{1}{4}$　　C. 4 或 $\frac{1}{4}$　　D. $\frac{1}{2}$ 或 2

4. 某项智力测试共有 $A,B,C,D,E$ 五道试题，测试者需依次答完五道试题且至少答对其中三道试题才算通过测试. 小明答对 $A,B,C$ 三道试题的概率均为 $\frac{2}{3}$，答对 $D,E$ 两道试题的概率均为 $\frac{1}{2}$，且每道试题答对与否相互独立，则小明在答错试题 $A$ 的条件下通过测试的概率为

A. $\frac{1}{6}$　　B. $\frac{2}{9}$　　C. $\frac{7}{18}$　　D. $\frac{4}{9}$

5. 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，且 $f(x)$ 可导，若 $x_0$ 是 $f(x)$ 的极小值点，则下列说法错误的是

A. $-x_0$ 是函数 $y=f(x)$ 的极大值点

B. $x_0$ 是函数 $y=e^{f(x)}$ 的极小值点

C. $-x_0$ 是函数 $y=e^{f(-x)}$ 的极小值点

D. $x_0$ 是函数 $y=f(-x)$ 的极小值点

6. 将函数 $f(x)=\sin x$ 图象上的所有点经过平移和伸缩变换得到函数 $g(x)=\sin\left(\frac{1}{2}x+\varphi\right)\left(|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$ 的图象，若点 $A\left(\frac{\pi}{3},f\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)$ 被变换成了点 $A'(x_0,y_0)$，且 $\sin x_0=\frac{1}{2}$，则 $\varphi$ 的所有可能值之和为

A. $\frac{\pi}{6}$

B. $\frac{\pi}{4}$

C. $\frac{\pi}{3}$

D. $\frac{\pi}{12}$

7. 已知 $a\in\mathbf{R}$，函数 $f(x)=\begin{cases}(x-a)^2-2, x\leqslant 1,\\ ax+\frac{1}{x}+2, x>1.\end{cases}$，则“$0\leqslant a\leqslant 4$”是“$f(x)$ 存在最小值”的

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

8. 若 $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$，且 $2\tan\left(2\alpha-\frac{\pi}{6}\right)+\tan\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)=0$，则 $\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{3}\right)=$

A. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

C. $-\frac{\sqrt{6}}{3}$

D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分. 在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分.

9. 某直播带货公司统计了今年 1 月份至 5 月份的某种产品的月销量 $y$（单位：千件）如下表所示：

| 月份 $x$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 月销量 $y$ | 2.4 | 3.1 | 4 | 5 | 5.5 |

已知变量 $y$ 与 $x$ 之间具有线性相关关系，通过最小二乘法求得的经验回归直线方程为 $\hat{y}=\hat{b}x+1.57$，则下列说法正确的是

参考公式：相关系数 $r=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}}$，决定系数 $R^2=1-\frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i-\hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}$.

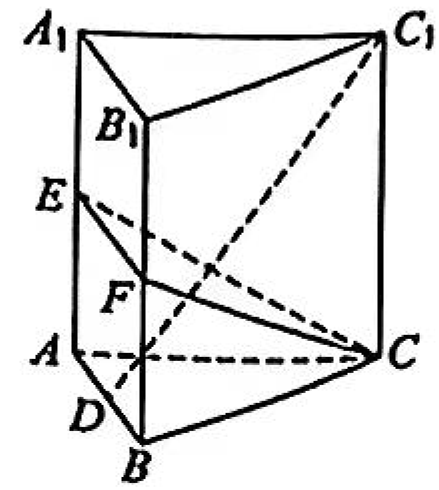
A. $\hat{b}=0.81$

B. $r>0$

C. $x$ 每增加 1，$y$ 一定增加 0.81

D. $r^2=R^2$

10. 如图，在直三棱柱 $A_1B_1C_1-ABC$ 中，点 $D,E,F$ 分别是棱 $AB,A_1A,B_1B$ 的中点，直线 $C_1D\perp$ 平面 $EFC$，直线 $AB$ 与平面 $B_1BCC_1$ 所成角为 45°，若 $AB=2,AC=BC$，则下列说法正确的是




A. $A_1A=\sqrt{2}$

B. 点 $C_1$ 到平面 $EFC$ 的距离为$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

C. 五面体 $A_1EFB_1C_1C$ 的体积为$\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

D. 三棱柱 $A_1B_1C_1-ABC$ 的外接球的表面积为 $6\pi$

11. 若函数 $f(x)=x^3+|ax+b|$ 有三个不同零点，则

A. $ab>0$　　　　B. $ab<0$

C. $|a|^3-3b$ 可以等于 $-1$　　　　D. $|a|^3-3b$ 可以等于 1

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12. 在$\triangle ABC$ 中，$D$ 是 $BC$ 边上靠近 $B$ 的一个三等分点，若$\overrightarrow{AC}$与 $2\overrightarrow{DA}+m\overrightarrow{DB}$平行，则实数 $m=$ ______.

13. 已知 $O$ 为坐标原点，$F$ 是抛物线 $C:y^2=4x$ 的焦点，$A,B$ 是 $C$ 上位于 $x$ 轴异侧的两点，且 $|AF|=3,|BF|=\dfrac{3}{2}$，则$\triangle OAB$ 的面积为______.

14. 设 $k\in\mathbf{N}_+$，$k$ 为常数，$a_1=k+1$，若对任意 $i\in\{2,3,\cdots,k+1\}$，都有 $a_i+a_{i-1}=C_k^{i-1}$，则 $a_{k+1}=$ ______；$a_1+a_2+\cdots+a_{k+1}=$ ______.（第一空 2 分，第二空 3 分）

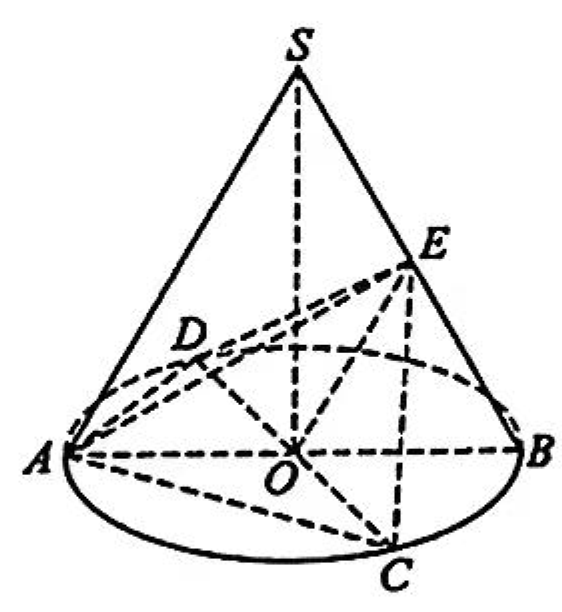
四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15.（13 分）

如图，$S$ 是圆锥的顶点，$O$ 是圆锥底面圆心，$AB,CD$ 是底面圆 $O$ 的两条直径，点 $E$ 在 $SB$ 上，$AB=\sqrt{2}CE=\sqrt{2}DE$.

(1)求证：$AB\perp CD$；

(2)若 $E$ 为 $SB$ 的中点，求二面角 $A-CE-D$ 的余弦值.




16.（15 分）

已知$\triangle ABC$ 的面积 $S=\dfrac{1}{5}AB^2$.

(1)求证：$\sin C=\dfrac{5}{2}\sin A\sin B$；

(2)设 $D$ 为 $BC$ 的中点，且$\angle ADC=45°$，求$\dfrac{AB}{AC}$的值.

17.(15分)

已知$a\in\mathbf{R}$，函数$f(x)=\ln(x+1)+\dfrac{1}{x+1}+ax^2$.

(1)当$a\geqslant 0$时，求证：$f(x)\geqslant 1$；

(2)若$f(x)+f(-x)\geqslant 2$，求$a$的取值范围.

18.(17分)

已知$A(0,1)$，$F(0,-2)$分别是双曲线$C:\dfrac{y^2}{a^2}-\dfrac{x^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的上顶点，下焦点.

(1)求$C$的标准方程；

(2)过$F$的直线与$C$的上，下支分别交于$B,D$两点($B$异于$A$)，直线$x=t$平分线段$BD$与$C$的下支交于点$E$.

(ⅰ)求证：直线$AE$与直线$BD$的交点在一条定直线上；

(ⅱ)过$B,D,E$三点的圆是否经过定点，请说明理由.

19.(17分)

如果数列$\{a_n\}(n\in\mathbf{N}_+)$满足：存在$k\in\mathbf{N}_+$，$\lambda\in\mathbf{R}$，使得任意$n>k$，$a_{n-1}+a_{n-2}+\cdots+a_{n-k}=k(a_n-k-\lambda)$都成立，则称数列$\{a_n\}$是$P(k,\lambda)$数列.

(1)设$a_n=\left(-\dfrac{1}{2}\right)^n$，判断数列$\{a_n\}$是否是$P(2,-2)$数列，请说明理由；

(2)证明：对任意$k\in\mathbf{N}_+$，公差为2的等差数列$\{a_n\}$都是$P(k,1)$数列；

(3)若数列$\{a_n\}$既是$P(3,\lambda)$数列，又是$P(6,\lambda)$数列，证明：数列$\{a_n\}$是等差数列，并求出$\lambda$的值.