德阳市高中2022级第一次诊断考试

数 学 试 卷

说明：

1.本试卷分第Ⅰ卷和第Ⅱ卷，第Ⅰ卷1—2页，第Ⅱ卷2—4页，考生作答时，须将答案答在答题卡上，在本试卷、草稿纸上答题无效.考试结束后，将答题卡交回.

2.本试卷满分150分，120分钟完卷.

第Ⅰ卷（选择题 共58分）

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一个选项是正确的.

1.设集合$A=\{x|y=\sqrt{x}\}$，集合$B=\{x\in Z|-2<x^3<2\}$，则集合$A\cap B=$

A.$[0,1]$　　B.$\{0\}$　　C.$[0,1)$　　D.$\{0,1\}$

2. 已知复数z满足$(1+i)z=|-i|$，则$\bar{z}=$

A.$\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i$　　B.$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i$　　C.$1-i$　　D.$1+i$

3.生物兴趣小组在研究某种流感病毒的数量与环境温度之间的关系时，发现在一定温度范围内，病毒数量与环境温度近似存在线性相关关系，为了寻求它们之间的回归方程，兴趣小组通过实验得到了下列三组数据，计算得到的回归方程为$\hat{y}=-\frac{5}{2}x+44$，但由于保存不妥，丢失了一个数据（表中用字母m代替），则

温度x(℃)	6	8	10
病毒数量y(万个)	30	22	m

A.$m=19$　　B.$m=20$　　C.$m=21$　　D.m的值暂时无法确定

4.已知数列$\{a_n\}$的前n项和为$S_n=n^2+kn$，且$a_3=6$，则数列$\left\{\frac{1}{S_n}\right\}$的前10项和为

A.$\frac{9}{10}$　　B.$\frac{10}{9}$　　C.$\frac{10}{11}$　　D.$\frac{11}{10}$

5.底面相同的圆柱和圆锥有相等的侧面积，且圆柱的高恰好是其底面的直径，则圆柱与圆锥的体积之比为

A.2　　B.$\frac{3}{2}$　　C.$\frac{\sqrt{15}}{5}$　　D.$\frac{2\sqrt{15}}{5}$

6.设$(1+ax)^5=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_5x^5$满足$a_1+a_2+\cdots+a_5=-2$，则$a_2+a_4=$

A.120　　B.-120　　C.40　　D.-40

7.函数$f(x)=\begin{cases}2^x,-1<x<1,\\3-m,x\geqslant 1\end{cases}$单调递增，且$f(2m+1)>f(m-1)$，则实数$m$的取值范围为

A.$(-2,1]$　　B.$(-2,1)$　　C.$(0,1]$　　D.$(0,1)$

8.设F_1,F_2为双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左右焦点，$O$为坐标原点，$P$为$C$的一条渐近线上一点，且$|\overrightarrow{PF_1}+\overrightarrow{PO}|=|\overrightarrow{PF_1}-\overrightarrow{PO}|$，若$|\overrightarrow{PF_1}|=2|\overrightarrow{PO}|$，则$C$的离心率为

A.$\sqrt{6}$　　B.$\sqrt{5}$　　C.2　　D.$\sqrt{3}$

二、选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对得6分，选对但不全的得部分分，有选错的得0分.

9.下列结论正确的是

A.随机变量X服从二项分布$B(3,\frac{1}{2})$，$Y=2X+1$，则$D(Y)=3$

B.数据$x_1,x_2,x_3,\cdots,x_n$的平均数为2，则$3x_1+1,3x_2+1,3x_3+1,\cdots,3x_n+1$的平均数为6

C.数据2,4,6,8,10,12,14的第60百分位数是10

D.随机变量X服从正态分布$N(5,\sigma^2)$，且$P(2<X<5)=a$，则$P(X>8)=1-a$

10.定义在R上的函数$f(x)$满足$f(x)+f(y)=f(\frac{x+y}{2})f(\frac{x-y}{2})$，$f(1)=1$，则下列结论正确的有

A.$f(0)=2$　　B.$f(x)$为奇函数

C.6是$f(x)$的一个周期　　D.$\sum_{k=0}^{2024}f^2(\frac{k}{2})=4052$

11.已知函数$f(x)=x^3+3x^2+mx-3$，则

A.当$m\leqslant 3$时，函数$f(x)$有两个极值

B.过点$(0,1)$且与曲线$y=f(x)$相切的直线有且仅有一条

C.当$m=1$时，若b是a与c的等差中项，直线$ax-by-c=0$与曲线$y=f(x)$有三个交点$P(x_1,y_1),Q(x_2,y_2),R(x_3,y_3)$，则$x_1+x_2+x_3=-6$

D.当$m=0$时，若$-1<x<-\frac{1}{2}$，则$-3<f(x)<f(\frac{3}{2}x-\frac{1}{4})<1$

第Ⅱ卷（非选择题　共92分）

三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分

12.某中学田径队有男运动员28人，女运动员21人，按性别进行分层随机抽样的方法从全体运动员中抽取一个容量为14的样本，如果样本按比例分配，则男运动员应该抽取的人数为________

13.已知$\sin(\alpha+\beta)=\frac{2}{3}$，$\tan\alpha=3\tan\beta$，则$\cos(2\alpha-2\beta)=$________

14.若关于x的方程$\ln x+\left|1+\frac{m}{x}\right|=1$有且仅有两个实根，则实数$m$的取值范围为________

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

15.（本题满分 13 分）

平面向量 e_1,e_2 满足 $|e_1|=|e_2|=1$, $<e_1,e_2>=\dfrac{\pi}{2}$, $a=e_1+te_2$, $b=te_1+e_2$

(1)若 b 在 a 上的投影向量恰为 a 的相反向量，求实数 t 的值；

(2)若 $<a,b>$ 为钝角，求实数 t 的取值范围．

16.（本题满分 15 分）

在 ΔABC 中，内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，已知 $a=6$，ΔABC 的面积 $S=c^2\sin A$

(1)若 $\cos A=\dfrac{1}{4}$，求 b 的值；

(2)求内角 C 取得最大值时 ΔABC 的面积．

17.（本题满分 15 分）

已知函数 $f(x)=\log_{\frac{5}{4}}(-x^2+2\lambda x+1)$ 的定义域为 D，$g(x)=\dfrac{x-\lambda}{x^2+1}$

(1)若 $\lambda=\dfrac{3}{4}$，求函数 $f(x)$ 的值域；

(2)若 $D=(m,n)$，且 $\left[g(m)-g(n)\right]^2\leqslant 10$，求实数 λ 的取值范围．

18.(本题满分17分)

甲袋装有一个黑球和一个白球,乙袋也装有一个黑球和一个白球,四个球除颜色外,其他均相同.现从甲乙两袋中各自任取一个球,且交换放入另一袋中,重复进行n次这样的操作后($n\in N^*$),记甲袋中的白球数为X_n,甲袋中恰有一个白球的概率为p_n

(1)求p_1, p_2;

(2)求p_n的解析式;

(3)求$E(X_n)$.

19.(本题满分17分)

若函数$y=f(x)$与$y=g(x)$在各自定义域内均能取得最大值,且最大值相等,则称$y=f(x)$与$y=g(x)$为"等峰函数".

(1)证明函数$y=2\sin x\cos x-\sqrt{3}\cos 2x$, $x\in R$与$y=x-\dfrac{\sin\pi x}{\pi}$, $x\in[0,2]$是"等峰函数";

(2)已知$f(x)=\dfrac{\ln x}{x^a}$与$g(x)=\dfrac{x^a}{e^x}$ $(x>0)$为"等峰函数".

①求实数a的值;

②判断命题:"$\exists x_0, x_1, x_2\in R$, $f(x_1)=f(x_0)=g(x_2)$,且$x_1x_2=x_0^2$"的真假,并说明理由.