宜宾市普通高中 2022 级第一次诊断性测试

数　学

（考试时间：120 分钟；全卷满分：150 分）

注意事项：

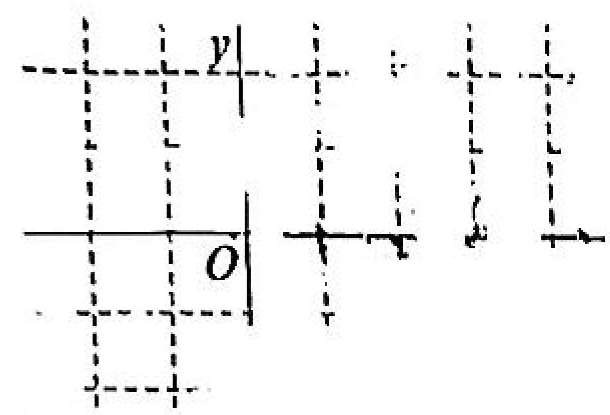
1．答卷前，考生务必将自己的考号、姓名、座位号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．如图，在复平面内，网格中每个正方形的边长都为 1，点 A，B 对应的复数分别为 z_1，z_2，则 $|z_1-z_2|=$



A．$\sqrt{13}$　　　　B．$\sqrt{10}$

C．3　　　　D．$\sqrt{5}$

2．下列函数中，既是奇函数，又在 $(0,+\infty)$ 上为增函数的是

A．$f(x)=e^x+e^{-x}$　　B．$f(x)=e^x-e^{-x}$　　C．$f(x)=x$　　D．$f(x)=x\ln|x|$

3．若 $\alpha\in(\pi,\frac{3\pi}{2})$，$\tan\alpha=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha-1}$，则 $\sin\alpha=$

A．$-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B．$-\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C．$-\frac{1}{2}$　　D．$-\frac{1}{3}$

4．已知随机变量 $\xi\sim B(n,\ p)$，若 $E(\xi)=2$，$D(\xi)=1$，则 $P(\xi=2)=$

A．$\frac{1}{8}$　　B．$\frac{1}{4}$　　C．$\frac{3}{8}$　　D．$\frac{1}{2}$

5．已知向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=1$，$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=2$，且 $(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a})\perp\boldsymbol{b}$，则 $|\boldsymbol{b}|=$

A．1　　B．$\sqrt{2}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．2

6．从标有数字 1，2，3，4，5，6 的六张卡片中无放回随机抽取两张，则抽到的两张卡片数字之积是 3 的倍数的概率为

A．$\frac{3}{10}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\frac{3}{5}$　　D．$\frac{2}{3}$

7．已知 $a=\frac{5}{3}$，$b=\sqrt{3}$，$c=\frac{3+\log_3 2}{2}$，则

A．$a>b>c$　　B．$a>c>b$　　C．$b>c>a$　　D．$c>b>a$

8. $a>\frac{2}{\pi}$是函数$f(x)=ax+\cos x-\sin x-1$在$x\in(0,\ \pi)$上有零点的

A. 充分不必要条件　　　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　　　D. 既不充分也不必要条件

二、选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分。

9. 某社会机构统计了某市四所大学2024年的毕业生人数及自主创业人数如下表：

	A大学	B大学	C大学	D大学
毕业生人数x（千人）	3	4	5	m
自主创业人数y（千人）	0.1	0.2	0.4	0.5

根据表中数据得到自主创业人数y关于毕业生人数x的经验回归方程为$\hat{y}=0.14x-0.33$，则

A. y与x正相关　　　　B. $m=6$

C. 当$x=3$时，残差为0.01　　　　D. 样本的相关系数r为负数

10. 设函数$f(x)=2x^3-3x^2+1$，则

A. $x=0$是$f(x)$的极大值点　　　　B. $f(\sin x)$在$(0,\frac{\pi}{2})$单增

C. $f(x)+f(1-x)=1$　　　　D. $f(x-\frac{3}{2})>f(x)$

11. 已知函数$f(x)$及其导函数$f'(x)$的定义域均为$\mathbf{R}$，记$g(x)=f'(x)$．若$f(1+2x)$与$g(2-x)$均为偶函数，则

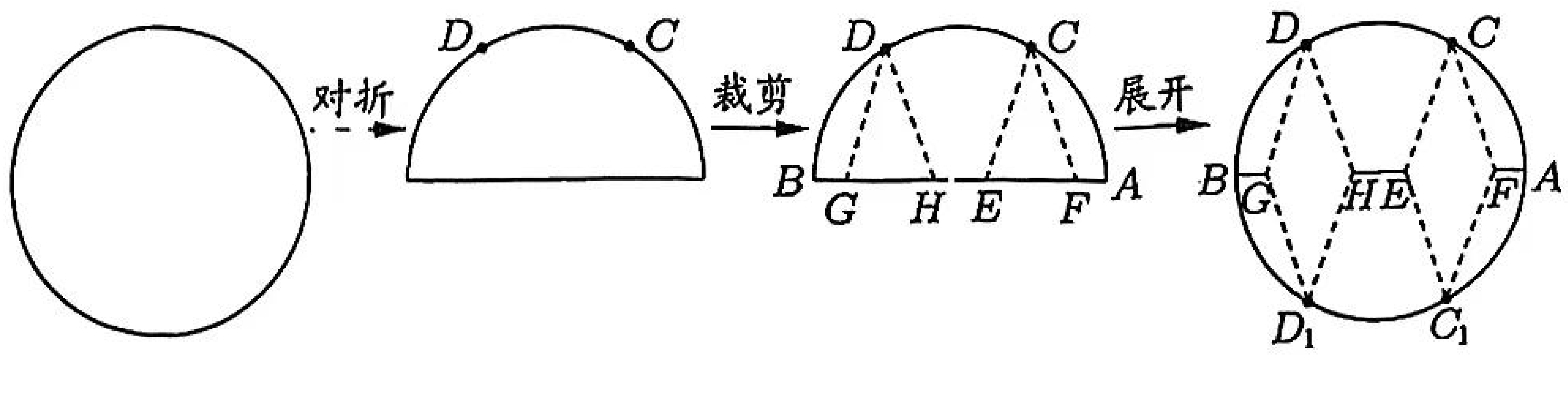
A. $f(0)=0$　　　B. $g(-2)=g(2)$　　　C. $f(0)=f(2)$　　　D. $\sum_{k=1}^{2024}g(k)=0$

三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分。

12. $(x+\frac{2}{x})^6$的展开式中常数项为______.

13. 设曲线$y=e^{2ax}$在点$(0,1)$处的切线与直线$x+2y+2=0$垂直，则$a=$______

14. 如图，一张圆形纸片直径$AB=20$，现对折成半圆，取半圆弧上的三等分点C，D，现沿边将EC，FC，GD，HD裁剪，剪去两个全等且关于线段AB的中垂线对称的$\triangle CEF$与$\triangle DGH$，展开得到一个镂空的图案. 若$\angle ECF=\angle GDH=45^\circ$，则两个镂空四边形$CEC_1F$与$DGD_1H$面积之和的最小值为______.



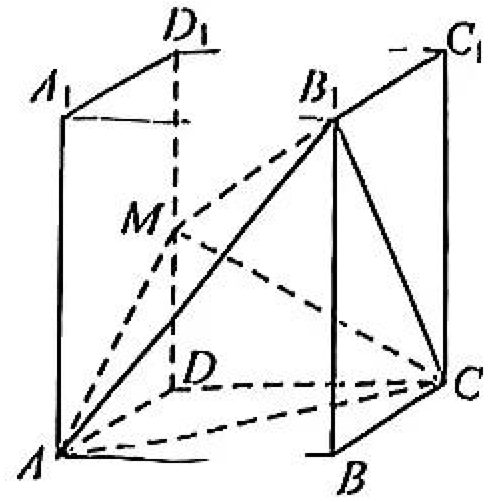
四、解答题：本题共5小题，共77分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15.（13分）

如图，正四棱柱$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，M为DD_1的中点，$AB=1$，$AA_1=2$.

（1）求证：平面$B_1MC\perp$平面AMC；

（2）求平面MAC与平面B_1AC的夹角的余弦值.



16.（15分）

现有甲、乙两个靶，某射手向甲靶射击两次，每次命中的概率为$\frac{3}{4}$，每命中一次得1分，没有命中得0分；向乙靶射击一次，命中的概率为$\frac{1}{4}$，命中得2分，没有命中得0分．假设该射手完成以上三次射击，且每次射击的结果相互独立.

（1）求该射手恰好命中一次的概率；

（2）求该射手的总得分X的分布列及数学期望$E(X)$.

17.（15分）

已知函数$f(x)=2\sqrt{3}\sin x\cos x-2\sin^2 x+1$，在锐角$\triangle ABC$中，内角$A$，$B$，$C$的对边分别为$a$，$b$，$c$，且$f(A)=1$.

（1）求A；

（2）若$b=1$，求$4a^2-2c$的取值范围.

18．（17分）

已知O为坐标原点，双曲线C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0，b>0)$的离心率为$\sqrt{5}$，且过点$P(\frac{\sqrt{5}}{2},1)$．

（1）求C的标准方程；

（2）过C的右焦点F的直线l_1与双曲线C的左、右两支分别交于A，B两点，点Q是线段AB的中点，过点F且与l_1垂直的直线l_2交直线OQ于点M，点N满足$\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}$．

①证明：点M在一条定直线上；

②求四边形$MANB$面积的最小值．

19．（17分）

已知函数$u(x)=2\ln x-a(x^2-1)$，$v(x)=2x^2\ln x$．

（1）当$a=1$时，判断$u(x)$的单调性；

（2）若函数$f(x)=u(x)+v(x)$恰有两个极值点．

①求实数a的取值范围；

②证明：$f(x)$的所有零点之和大于3．