2024~2025 学年度上期高 2025届半期考试

高三数学试卷

考试时间：120 分钟　　　总分：150 分

注意事项：

1.答卷前，考生务必将自己的姓名、班级、准考证号填写在答题卡上.

2.回答选择题时，必须使用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑．如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号.

3.答非选择题时，必须使用 0.5 毫米黑色签字笔将答案书写在答题卡规定的位置上.

4.所有题目必须在答题卡上作答，在试题卷上作答无效.

5.考试结束后，请考生个人留存试卷并将答题卡交回给监考教师.

一、单选题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的

1.复数 $\dfrac{1+2i}{3-4i}$ 的虚部是（　）

A. $-\dfrac{1}{5}$　　B. $\dfrac{1}{5}$　　C. $-\dfrac{2}{5}$　　D. $\dfrac{2}{5}$

2.式子 $\dfrac{1+\tan 15^\circ}{1-\tan 15^\circ}$ 的值为（　）

A. $\sqrt{3}$　　B. 2　　C. $\sqrt{5}$　　D. $\sqrt{6}$

3.由正数组成的等比数列 $\{a_n\}$，S_n 为其前 n 项和，若 $a_2a_4=1$，$S_3=7$，则 S_5 等于（　）

A. $\dfrac{15}{2}$　　B. $\dfrac{31}{4}$　　C. $\dfrac{33}{4}$　　D. $\dfrac{17}{2}$

4.在 $(1+x)^3+(1+x)^4+\cdots+(1+x)^{n+2}$ 的展开式中，含 x^2 项的系数是（　）

A. C_{n+3}^3　　B. C_{n+3}^2-1　　C. C_{n+3}^3-1　　D. $1-C_{n+3}^3$

5. 已知函数 $f(x)$ 对 $\forall x\in R$ 都有 $f(x)=f(4-x)$，且其导函数 $f'(x)$ 满足当 $x\neq 2$ 时 $(x-2)f'(x)>0$，则当 $2<a<4$ 时，有（　）

A. $f(2^a)<f(2)<f(\log_2 a)$　　B. $f(\log_2 a)<f(2)<f(2^a)$

C. $f(\log_2 a)<f(2^a)<f(2)$　　D. $f(2)<f(\log_2 a)<f(2^a)$

6.若向量 $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ 满足，$|\vec{a}|=|\vec{b}|=2|\vec{c}|=2$，则 $(\vec{a}-\vec{b})\cdot(\vec{c}-\vec{b})$ 的最大值为（　）

A. 10　　B. 12　　C. $5\sqrt{3}$　　D. $6\sqrt{2}$

7.若对 $\forall x\in R$，函数 $f(x)=\left|\dfrac{x}{2}+a\right|$ 的函数值都不超过函数 $g(x)=\begin{cases}|x|+2, x<1\\ x+\dfrac{2}{x}, x\geq 1\end{cases}$ 的函数值，则实数 a 的取值范围是（　）

A. $a\geq -2$　　B. $a\leq 2$　　C. $-2\leq a\leq 2$　　D. $a<2$

8.在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$CA=CB=CC_1$，$AB=\sqrt{3}$，C_1 在面 ABC 的投影为 ΔABC 的外心，二面角 $A-CC_1-B_1$ 为 $\dfrac{\pi}{3}$，该三棱柱的侧面积为（　）

A. $4\sqrt{3}+3$　　B. $7\sqrt{3}$　　C. $6\sqrt{3}$　　D. $5\sqrt{3}$

二、多选题（本大题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分. 在每小题给出的四个选项中，有多项是符合题目要求的. 全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分）

9.对于样本相关系数，下列说法正确的是（　　）

A. 样本相关系数可以用来判断成对样本数据相关的正负性

B. 样本相关系数可以是正的，也可以是负的

C. 样本相关系数越大，成对样本数据的线型相关程度越强

D. 样本相关系数 $r \in [-1,1]$

10.为得到函数 $y = 2\sin(2x + \frac{\pi}{3})$ 的图象，只需要将函数 $y = 2\sin 2x$ 的图象（　　）

A. 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度　　B. 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度

C. 向右平移 $\frac{5\pi}{6}$ 个单位长度　　D. 向右平移 $\frac{11\pi}{3}$ 个单位长度

11.正实数 x, y 满足 $x + y = 1$，则下列选项一定成立的是（　　）

A. $\frac{1}{x} + \frac{4}{y} \ge 10$　　B. $2^x + 2^y \ge 2\sqrt{2}$　　C. $(x + \frac{1}{x})(y + \frac{1}{y}) \ge \frac{25}{4}$　　D. $\frac{3y}{x} + \frac{1}{xy} \ge 6$

三、填空题（本大题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分）

12.命题“$\forall x \in N, x^2 > 1$”的否定是__________________.

13.若 $A(-1,-1), B(3,7), C(7,5), D(8,2)$ 四点在同一个圆上，则该圆方程为__________.

14.椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1(a > b > 0)$ 左焦点 $F(-1,0)$ 关于直线 $y = bx$ 的对称点在椭圆上, 则该椭圆离心率为__________.

四、解答题（本大题共 5 小题，共 77 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

15.（本小题满分 13 分）

设 ΔABC 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c，已知 $c = 3$，且 $\sin(C - \frac{\pi}{6}) \cdot \cos C = \frac{1}{4}$.

（I）求角 C 的大小；

（II）若向量 $\overrightarrow{m} = (1, \sin A)$ 与 $\overrightarrow{n} = (2, \sin B)$ 共线，求 a, b 的值.

16. （本小题满分 15 分）

在校运动会上，只有甲、乙、丙三名同学参加铅球比赛，比赛成绩达到$9.50m$以上（含$9.50m$）的同学将获得优秀奖．为预测获得优秀奖的人数及冠军得主，收集了甲、乙、丙以往的比赛成绩，并整理得到如下数据（单位：m）：

甲：9.80，9.70，9.55，9.54，9.48，9.42，9.40，9.35，9.30，9.25；

乙：9.78，9.56，9.51，9.36，9.32，9.23；

丙：9.85，9.65，9.20，9.16

假设用频率估计概率，且甲、乙、丙的比赛成绩相互独立．

(I)估计甲在校运动会铅球比赛中获得优秀奖的概率；

(II)设X是甲、乙、丙在校运动会铅球比赛中获优秀奖的总人数，估计X的数学期望$E(X)$．

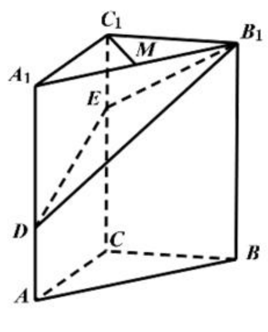
17. （本小题满分 15 分）

如图，在三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$CC_1\perp$平面$ABC, AC\perp BC, AC=BC=2$，$CC_1=3$，点D，E分别在棱AA_1和棱CC_1上，且$AD=1$　$CE=2$，M为棱A_1B_1的中点．

（I）求证：$C_1M\perp B_1D$；

（II）求二面角$B-B_1E-D$的正弦值；

（III）求直线AB与平面DB_1E所成角的正弦值．



18.（本小题满分 17 分）

椭圆$E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$左焦点$F$和$A(a,0),B(0,b)$构成一个面积为$2(\sqrt{2}+1)$的$\Delta FAB$，且$\cos\angle AFB=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

（I）求椭圆E的标准方程；

（II）点P是E在三象限的点，PA与y轴交于M，PB与x轴交于N

①求四边形$ABNM$的面积；　　②求ΔPMN面积最大值及相应P点的坐标.

19.（本小题满分 17 分）

已知函数$f(x)=e^x-ax^2-x-1$.　（其中$e\approx 2.71828$）

（I）当$a=0$时，证明：$f(x)\geq 0$

（II）若$x>0$时，$f(x)>0$，求实数a的取值范围;

（III）记函数$g(x)=\dfrac{e^x-1}{x}-2\ln x$的最小值为$m$，求证：$m\in(\dfrac{23}{20},e-1)$