南充市高2025届高考适应性考试（一诊）

数学参考答案及评分意见

一、单选题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1	2	3	4	5	6	7	8
B	A	D	D	A	B	C	D

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分.

9	10	11
ACD	BD	ABC

三、填空题：本大题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12. $\frac{1}{2}$　　13. 8　　14. $2\sqrt{6}$

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15.【解析】

（1）由 $\sin 2A=\sin B\cdot\cos C+\cos B\cdot\sin C$，得 $\sin 2A=\sin(B+C)$，即 $2\sin A\cos A=\sin A$，

所以 $\cos A=\frac{1}{2}$. ………………………………………………………………… 3 分

又因为 $A\in(0,\pi)$，

所以 $A=\frac{\pi}{3}$. ………………………………………………………………… 5 分

（2）由 $\triangle ABC$ 的面积为 $2\sqrt{3}$，得 $\frac{1}{2}bc\sin A=2\sqrt{3}$，

解得 $bc=8$. ………………………………………………………………… 7 分

又 $b=2c$，

可得 $b=4$，$c=2$. ………………………………………………………………… 9 分

由余弦定理，得

$a^2=c^2+b^2-2bc\cos A=c^2+b^2-bc=12$，……………………………………… 11 分

解得 $a=2\sqrt{3}$，$b+c=6$.

所以 $a+b+c=6+2\sqrt{3}$.

故 $\triangle ABC$ 的周长为 $6+2\sqrt{3}$. ……………………………………………… 13 分

16.【解析】

（1）由题意得：$\dfrac{\sqrt{(x-1)^2+y^2}}{|x-2|}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，……………………………………2 分

化简整理得：$\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$，……………………………………4 分

所以曲线 C 的标准方程为 $\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$. ……………………………………6 分

（2） 延长 MF，与曲线 C 相交于点 M'，

由 $FM//F'N$ 及椭圆的对称性知：$|F'N|=|FM'|$，

又 $|FM|+|F'N|=\dfrac{8}{7}\sqrt{2}$，则 $|MM'|=\dfrac{8}{7}\sqrt{2}$，……………………………………8 分

当直线 FM 的斜率不存在时，$|MM'|=\sqrt{2}\neq\dfrac{8}{7}\sqrt{2}$，与题意不符；……………………10 分

当直线 FM 的斜率存在时，设 $FM:y=k(x-1)$，$M(x_1,y_1)$，$M'(x_2,y_2)$，

联立得：$\begin{cases}\dfrac{x^2}{2}+y^2=1\\ y=k(x-1)\end{cases}$，

消 y 得：$(1+2k^2)x^2-4k^2x+2k^2-2=0$，

$$\begin{cases}\Delta>0\\ x_1+x_2=\dfrac{4k^2}{1+2k^2}\\ x_1\cdot x_2=\dfrac{2k^2-2}{1+2k^2}\end{cases}$$ ……………………………………12 分

$|MM'|=\sqrt{1+k^2}\cdot\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}$

$=\sqrt{1+k^2}\cdot\sqrt{(\dfrac{4k^2}{1+2k^2})^2-4\dfrac{2k^2-2}{1+2k^2}}=\dfrac{2\sqrt{2}(1+k^2)}{1+2k^2}=\dfrac{8}{7}\sqrt{2}$，

解得：$k=\pm\sqrt{3}$，经检验，符合题意，

所以直线 FM 的斜率为 $\pm\sqrt{3}$ ……………………………………15 分

17.【解析】

（1）$\because SA\perp$ 平面 ABC，$BC\subset$ 平面 ABC，$\therefore SA\perp BC$ ……………………2 分

又 $AB\perp BC$，$SA\cap AB=A$，$SA,AB\subset$ 平面 SAB，

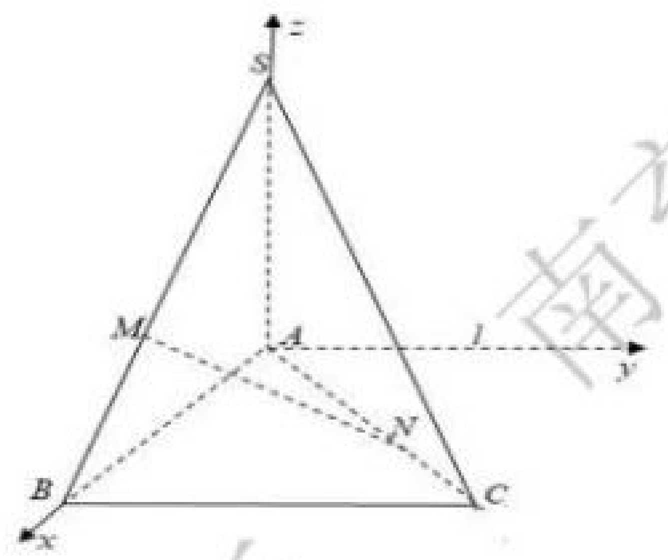
$\therefore BC\perp$ 平面 SAB ……………………………………5 分

（2） 过 A 作直线 $l//BC$，易证：AB,l,SA 两两相互垂直，以 A 为坐标原点，AB,l,SA 分别为 x,y,z 轴，建系如图所示空间直角坐标系：

则：$A(0,0,0)$，$C(1,1,0)$，$S(0,0,1)$，

$M(\dfrac{a}{\sqrt{2}},0,1-\dfrac{a}{\sqrt{2}})$，$N(\dfrac{a}{\sqrt{2}},\dfrac{a}{\sqrt{2}},0)$

……………………………………6 分



所以$\left|MN\right|=\sqrt{a^2-\sqrt{2}a+1}=\sqrt{(a-\frac{\sqrt{2}}{2})^2+\frac{1}{2}},0<a<\sqrt{2}$ ……………………………8 分

因此当线段 MN 的长度最小时，$a=\frac{\sqrt{2}}{2}$. ……………………………………………………9 分

此时 $M(\frac{1}{2},0,\frac{1}{2})$，$N(\frac{1}{2},\frac{1}{2},0)$，$\overrightarrow{AM}=(\frac{1}{2},0,\frac{1}{2})$，$\overrightarrow{AN}=(\frac{1}{2},\frac{1}{2},0)$，

设平面 AMN 的法向量为$\overrightarrow{m}=(x_0,y_0,z_0)$，

$\begin{cases}\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{m}=0\\\overrightarrow{AN}\cdot\overrightarrow{m}=0\end{cases}$，即$\begin{cases}\frac{1}{2}x_0+\frac{1}{2}z_0=0\\\frac{1}{2}x_0+\frac{1}{2}y_0=0\end{cases}$，

令 $x_0=-1$，则$\overrightarrow{m}=(-1,1,1)$ ………………………………………………………12 分

直线 SC 的方向向量为$\overrightarrow{SC}=(1,1,-1)$ …………………………………………………13 分

设直线 SC 与平面 AMN 所成角为θ，则$\sin\theta=\left|\cos<\overrightarrow{SC},\overrightarrow{m}>\right|=\left|\frac{\overrightarrow{SC}\cdot\overrightarrow{m}}{\left|\overrightarrow{SC}\right|\left|\overrightarrow{m}\right|}\right|=\frac{1}{3}$，

所以直线 SC 与平面 AMN 所成角的正弦值为$\frac{1}{3}$. ………………………………………15 分

18.【解析】

（1）$f(x)$ 的定义域为$\{x|x\neq 0\}$. ………………………………………………………………1 分

$f'(x)=\frac{(e^x)'x-e^xx'}{x^2}=\frac{(x-1)e^x}{x^2}$， ………………………………………………………2 分

令 $f'(x)=0$，得$x=1$， ………………………………………………………………………3 分

当 x 变化时，$f'(x)$，$f(x)$的变化情况表为：

x	$(-\infty,0)$	$(0,1)$	1	$(1,+\infty)$
$f'(x)$	–	–	0	+
$f(x)$	单调递减	单调递减	e	单调递增

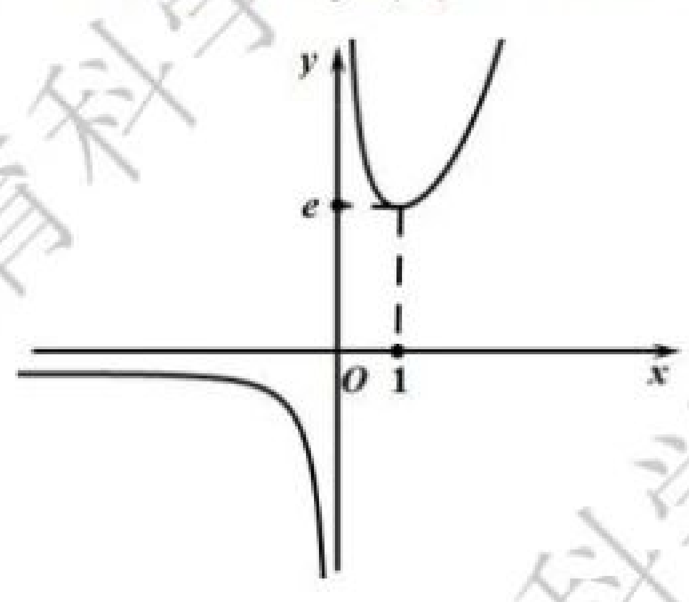
所以 $f(x)$ 在区间$(-\infty,0)$和$(0,1)$上单调递减，在区间$(1,+\infty)$单调递增.

所以$[f(x)]_{极小值}=f(1)=e$，$f(x)$ 有极小值 $f(1)=e$，无极大值……………………………5 分

（2）当$x<0$ 时，$f(x)<0$.若$x\to-\infty$时，$f(x)\to 0$,若$x\to 0$时，$f(x)\to-\infty$,

当 $x>0$时，$f(x)>0$.若$x\to 0$时，$f(x)\to+\infty$，若$x\to+\infty$时，$f(x)\to+\infty$.

根据以上信息画出 $f(x)$ 大致图像如下：



………………………………………………………………………………………9 分

方程 $f(x)=a(a\in R)$的解的个数为函数$y=f(x)$的图像与直线$y=a$的交点个数. ....11 分

由图可知，

当$0\le a<e$时，$f(x)=a(a\in R)$的解为0个；

当$a=e$或$a<0$时，$f(x)=a(a\in R)$的解为1个；

当$a>e$时，$f(x)=a(a\in R)$的解为2个. ....12 分

（3）证明：要证：$f(x)\ge x-\ln x+e-1$，

只需证：$\dfrac{e^x}{x}-x+\ln x-e+1\ge 0$，..........14 分

令$t=\dfrac{e^x}{x}$，则$\ln t=x-\ln x$，由（1）可知$t\ge e$

只需证：$t-\ln t-e+1\ge 0$，..........15 分

设$g(t)=t-\ln t-e+1\ (t\ge e)$，

因为$g'(t)=1-\dfrac{1}{t}>0$在$[e,+\infty)$上恒成立，

所以$g(t)$在$[e,+\infty)$上单调递增.

则$g(t)\ge g(e)=0$，..........16 分

即原不等式得证..........17 分

19.【解析】

（1）剔除周六数据得：$(\overline{y})_{新}=\dfrac{1}{5}\sum\limits_{i=1}^{5}y_i=\dfrac{205\times 6-90}{5}=228$，$\sum\limits_{i=1}^{5}t_iy_i=4004-6\times 90=3464$

$\bar{t}=\dfrac{1+2+3+4+5}{5}=3$，$\sum\limits_{i=1}^{5}t_i^2=91-6^2=55$，..........2 分

所以$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{5}t_iy_i-5\bar{t}(\overline{y})_{新}}{\sum\limits_{i=1}^{5}t_i^2-5(\bar{t})^2}=\dfrac{3464-5\times 3\times 228}{55-5\times 3^2}=4.4$，..........3 分

故$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{t}=228-4.4\times 3=214.8$，..........4 分

所以y关于的t经验回归方程为$\hat{y}=4.4\hat{t}+214.8$..........6 分

(2)由题意可知$p_n=\dfrac{2}{3}p_{n-1}+\dfrac{1}{3}p_{n-2}(n\ge 3)$ ....8 分

其中$p_1=\dfrac{2}{3}$，$p_2=\dfrac{2}{3}\times\dfrac{2}{3}+\dfrac{1}{3}=\dfrac{7}{9}$，

所以$p_n+\dfrac{1}{3}p_{n-1}=p_{n-1}+\dfrac{1}{3}p_{n-2}(n\ge 3)$，

又$p_2+\dfrac{1}{3}p_1=\dfrac{7}{9}+\dfrac{1}{3}\times\dfrac{2}{3}=1$，

所以数列$\{p_n+\dfrac{1}{3}p_{n-1}\}$是首项为1的常数列，故$p_n+\dfrac{1}{3}p_{n-1}=1(n\ge 2)$，..........10 分

所以$p_n-\dfrac{3}{4}=-\dfrac{1}{3}(p_{n-1}-\dfrac{3}{4})(n\ge 2)$，又$p_1-\dfrac{3}{4}=-\dfrac{1}{12}$，

所以数列$\{p_n-\frac{3}{4}\}$是以首项为$-\frac{1}{12}$，公比为$-\frac{1}{3}$的等比数列，

故$p_n-\frac{3}{4}=-\frac{1}{12}\times(-\frac{1}{3})^{n-1}$，即$p_n=-\frac{1}{12}\times(-\frac{1}{3})^{n-1}+\frac{3}{4}=\frac{1}{4}\times(-\frac{1}{3})^n+\frac{3}{4}$. ………………12 分

（3）由（2）可得，

当n为偶数时，$p_n=\frac{1}{4}\times(-\frac{1}{3})^n+\frac{3}{4}=\frac{1}{4}\times(\frac{1}{3})^n+\frac{3}{4}>\frac{3}{4}$单调递减，最大值为$p_2=\frac{7}{9}$；

当n为奇数时，$p_n=\frac{1}{4}\times(-\frac{1}{3})^n+\frac{3}{4}=-\frac{1}{4}\times(\frac{1}{3})^n+\frac{3}{4}<\frac{3}{4}$单调递增，最小值为$p_1=\frac{2}{3}$；

综上：数列$\{P_n\}$的最大值为$\frac{7}{9}$，最小值为$\frac{2}{3}$. ……………………………………14 分

证明：对任意$\varepsilon>0$总存在正整数$N_0=\left[\left[\log_{\frac{1}{3}}^{(4\varepsilon)}\right]\right]+1$，（其中$[x]$表示取整函数），

当$n>\left[\left[\log_{\frac{1}{3}}^{(4\varepsilon)}\right]\right]+1$时，$\left|p_n-\frac{3}{4}\right|=\left|\frac{1}{4}\times(-\frac{1}{3})^n\right|=\left|\frac{1}{4}\times(\frac{1}{3})^n\right|<\frac{1}{4}\times(\frac{1}{3})^{\log_{\frac{1}{3}}(4\varepsilon)}=\frac{1}{4}\times4\varepsilon=\varepsilon$，

所以数列$\{P_n\}$收敛. ……………………………………………………17 分