

成都七中高 2025 届高三上期入学考试

数学

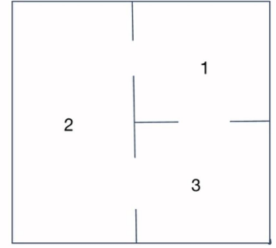
注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、考号等填写（涂）在答题卡的指定位置上。
2. 回答选择题时，选出每个小题的答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号；回答非选择题时，将答案写在答题卡相应位置上。
3. 考试结束后，只需将答题卡交回，试卷由考生自行保管。
4. 试卷满分：150 分，考试时间：120 分钟。

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每个小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $M = \{x | -x + x^2 < 6\}$, $N = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, 则 $M \cap N = (\quad)$
 - A. $\{-1, 0, 1\}$
 - B. $\{-2, -1, 0, 1\}$
 - C. $\{-1, 0\}$
 - D. $\{-1, 0, 1, 2\}$
2. 命题 “ $\exists x > 0$, $x^2 - x + 4 \leq 0$ ” 的否定为 (\quad)
 - A. $\forall x > 0$, $x^2 - x + 4 > 0$
 - B. $\forall x \leq 0$, $x^2 - x + 4 > 0$
 - C. $\exists x > 0$, $x^2 - x + 4 > 0$
 - D. $\forall x \leq 0$, $x^2 - x + 4 \leq 0$
3. 已知向量 $\mathbf{a} = (1, 1)$, $\mathbf{b} = (0, t)$, 若 $\mathbf{a} \perp (\mathbf{a} + 2\mathbf{b})$, 则 $|\mathbf{b}| = (\quad)$
 - A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 - B. 1
 - C. $\sqrt{2}$
 - D. 2
4. 已知圆 $C: (x-4)^2 + y^2 = 4$, 点 M 在线段 $y = x$ ($0 \leq x \leq 3$) 上, 过点 M 作圆 C 的两条切线, 切点分别为 A, B , 以 AB 为直径作圆 C' , 则圆 C' 的面积的最大值为 (\quad)
 - A. π
 - B. 2π
 - C. $\frac{5\pi}{2}$
 - D. 3π
5. 若过点 (a, b) 可以作曲线 $y = e^{x+1}$ 的两条切线, 则 (\quad)
 - A. $e^{b+1} < a$
 - B. $e^{a+1} < b$
 - C. $0 < b < e^{a+1}$
 - D. $0 < a < e^{b+1}$
6. 已知定义在正实数集上的函数 $f(x) = \begin{cases} |\log_4 x - 1|, & 0 < x \leq 16, \\ 5 - \sqrt{x}, & x > 16. \end{cases}$ 设 a, b, c 是互不相同的实数, 满足 $f(a) = f(b) = f(c)$, 则 abc 的取值范围为 (\quad)
 - A. $(16, 25)$
 - B. $(256, 400)$
 - C. $(64, 100)$
 - D. $(64, 256)$
7. 设正四面体 $ABCD$ 的棱长为 2. 则所有与此正四面体的四个顶点距离相等的平面截这个四面体所得截面的面积之和为 (\quad)
 - A. 3
 - B. $4 + \sqrt{3}$
 - C. $3 + \sqrt{3}$
 - D. $\sqrt{3}$

8. “布朗运动”是指悬浮在液体或气体中的微小颗粒所做的永不停息的无规则运动，在如图所示的试验容器中，容器由三个仓组成，某粒子做布朗运动时每次会从所在仓的通道口中等可能随机选择一个到达相邻仓，且粒子经过 n 次随机选择后到达 2 号仓的概率为 P_n ，已知该粒子的初始位置在 2 号仓，则 $P_{10} = ()$.



- A. $\frac{171}{512}$ B. $\frac{511}{512}$ C. $\frac{1}{512}$ D. $\frac{43}{128}$

二、选择题：本大题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分. 在每个小题给出的四个选项中，有多个项是符合题目要求的. 全部选对的得 6 分，部分选对得 3 分，错选得 0 分.

9. 二项式 $(\sqrt{x} - \frac{1}{x})^6$ 的展开式中 ()

- A. 前三项系数之和为 22 B. 二项式系数最大的项是第 4 项
C. 常数项为 15 D. 所有项的系数之和为 0

10. 已知函数 $f(x) = \cos(2x - 2\varphi)$ ($\varphi \in (0, \frac{\pi}{2})$) 的图象与函数 $g(x) = \sin(2x + \varphi)$ 的图象重合，

则 ()

- A. $g(\varphi) = 1$ B. $g(x)$ 的单调区间为 $(-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6})$
C. 直线 $x = \frac{\pi}{3}$ 是 $g(x)$ 的图像的对称轴 D. 直线 $y = -\sqrt{3}(x - \frac{\pi}{3}) + \frac{1}{2}$ 是曲线 $y = g(x)$ 的切线

11. 设 a, b 是非零复数， z_1, z_2 是方程 $x^2 + ax + b = 0$ 的两个复根，且 $|z_1 + z_2| = ||z_1| - |z_2||$ ，

则以下说法错误的是 ()

- A. 存在负实数 λ ，使得 $z_2 = \lambda z_1$ B. b 是负实数
C. 存在实数 $\mu \geq 4$ ，使得 $a^2 = \mu b$ D. 存在实数 $\nu < 0$ ，使得 $a^2 = \nu b$

三、填空题：本大题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 为递增数列，且 $a_3 + a_7 = 3$ ， $a_2 \cdot a_8 = 2$ ，则 $\frac{a_{11}}{a_7} =$ _____.

13. $\tan 5^\circ + \tan 10^\circ + (2 - \sqrt{3}) \tan 5^\circ \tan 10^\circ =$ _____.

14. 设 O 是 ΔABC 的外接圆的圆心， G 是重心， CD 是中线，且 $OG \perp CD$ ，则 $\sin C$ 的最大值是 _____.

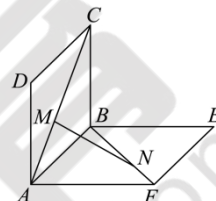
四、解答题：本大题共 5 小题，共 77 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (本小题 13 分) 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，已知

$$\cos A \sin B = \sin C - \frac{1}{2} \sin A, \quad a = 2\sqrt{2}.$$

- (1) 求 B ; (2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $2\sqrt{3}$ ，求 c .

16. (本小题 15 分) 在如图所示的试验装置中，两个正方形框架 $ABCD, ABEF$ 的边长都是 1，且它们所在的平面互相垂直. 活动弹子 M, N 分别在正方形对角线 AC 和 BF 上移动，且 CM 和 BN 的长度保持相等，记 $CM = BN = a$ ($0 < a < \sqrt{2}$).



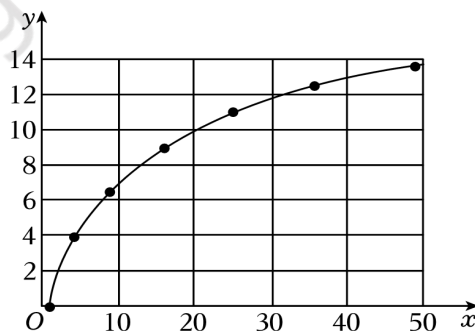
- (1) 求 MN 的长;
(2) 当 MN 的长最小时，求平面 MNA 与平面 MNB 夹角的余弦值.

17. (本小题 15 分) 小叶紫檀可以提高睡眠质量、安神醒脑、防止神经衰弱、美容抗皱。小叶紫檀还具有调理人体气血的功能，可调节人体的情绪、缓解亚健康状态。其幼苗从观察之日起，第 x 天的高度为 ycm ，测得数据如下：

x	1	4	9	16	25	36	49
y	0	4	7	9	11	12	13

数据的散点图如图所示：

为近似描述 y 与 x 的关系，除了一次函数 $\hat{y} = bx + a$ ，还有 $\hat{y} = b\sqrt{x} + a$ 和 $\hat{y} = bx^2 + a$ 两个函数可选。



- (1) 从三个函数中选出“最好”的曲线拟合 y 与 x 的关系，并求出其回归方程 (\hat{b} 保留到小数点后 1 位)；

- (2) 判断说法“高度从 $1000cm$ 长到 $1001cm$ 所需时间超过一年”是否成立，并给出理由。

参考公式：
$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x} \cdot \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}, \quad \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}.$$

参考数据 (其中 $u_i = \sqrt{x_i}$, $i_i = x_i^2$): $\bar{x} = 20$, $\bar{u} = 4$, $\bar{i} = 668$, $\bar{y} = 8$, $\sum_{i=1}^7 x_i^2 = 4676$, $\sum_{i=1}^7 u_i^2 = 140$

$$\sum_{i=1}^7 i_i^2 = 7907396, \quad \sum_{i=1}^7 x_i y_i = 1567, \quad \sum_{i=1}^7 u_i y_i = 283, \quad \sum_{i=1}^7 i_i y_i = 56575.$$

18. (本小题 17 分) 已知 F_1 、 F_2 分别为椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点, 点

$$P\left(\frac{2\sqrt{6}}{3}, 1\right) \text{ 在椭圆 } C \text{ 上, 且 } \triangle F_1PF_2 \text{ 的垂心为 } H\left(\frac{2\sqrt{6}}{3}, -\frac{5}{3}\right).$$

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 设 A 为椭圆 C 的左顶点, 过点 F_2 的直线 l 叫椭圆 C 于 D 、 E 两点, 记直线 AD 、 AE 的斜率分别为 k_1 、 k_2 , 若 $k_1 + k_2 = -\frac{1}{7}$, 求直线 l 的方程.

(3) 设 d 是从椭圆中心到椭圆在点 Q 处切线的距离, 当 Q 在椭圆上运动时, 判断 $d^2 |QF_1| |QF_2|$ 是否为定值. 若是求出定值, 若不是说明理由.

19. (本小题 17 分) 已知函数 $f(x) = x \ln x$,

(1) 判断 $g(x) = f\left(x + \frac{1}{2}\right) - f(x)$ 的单调性.

(2) 求函数 $h(x) = x^{1-\frac{1}{e}} + (1-x) \ln(1-x), x \in [0, 1]$ 的值域.

(3) 证明: $|f(y) - f(x)| \leq |y - x|^{1-\frac{1}{e}}, 0 < x < y \leq 1$.



锦宏教育
Jinhong Education