成都市 2022 级高中毕业班摸底测试

数　学

本试卷满分 150 分，考试时间 120 分钟。

注意事项：

1. 答题前，务必将自己的姓名、考籍号填写在答题卡规定的位置上。
2. 答选择题时，必须使用 2B 铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦擦干净后，再选涂其它答案标号。
3. 答非选择题时，必须使用 0.5 毫米黑色签字笔，将答案书写在答题卡规定的位置上。
4. 所有题目必须在答题卡上作答，在试题卷上答题无效。
5. 考试结束后，只将答题卡交回。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一个选项符合题目要求。

1. $\left(x+\frac{1}{x}\right)^6$ 的展开式中常数项为

(A)10　　(B)15　　(C)20　　(D)30

2. 曲线 $y=\sin x$ 在点(0,0)处的切线方程为

(A)$x-y=0$　　(B)$x+y=0$　　(C)$\pi x-y=0$　　(D)$\pi x+y=0$

3. 记 S_n 为等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和. 若 $a_2+a_6=8$，$a_{12}=16$，则 $S_{15}=$

(A)140　　(B)150　　(C)160　　(D)180

4. 已知函数 $f(x)=\ln x+\frac{a}{x}(a\in\mathbf{R})$的最小值为 1，则 $a=$

(A)$\frac{1}{e}$　　(B)e　　(C)$\frac{1}{2}$　　(D)1

5. 同时抛掷甲、乙两枚质地均匀的骰子，记事件 $A=$“甲骰子正面向上的点数大于 3”，事件 $B=$“甲、乙骰子正面向上的点数之和为 6”，则 $P(A|B)=$

(A)$\frac{1}{9}$　　(B)$\frac{1}{3}$　　(C)$\frac{2}{5}$　　(D)$\frac{1}{2}$

6. 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中，已知 $A(1,0,0)$，$B(0,1,0)$，$C(0,0,1)$，$D(1,1,1)$，则四面体 $ABCD$ 的体积为

(A)$\frac{1}{3}$　　(B)$\frac{\sqrt{2}}{3}$　　(C)$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　(D)$\frac{2}{3}$

7. 将正整数1,2,3,…按从小到大且第 k 组含 2^k 个数分组：$\underbrace{(1,2)}_{\text{第1组}},\underbrace{(3,4,5,6)}_{\text{第2组}},\underbrace{(7,8,9,10,11,12,13,14)}_{\text{第3组}}$，…，则 2024 在第(　)组.

(A)8　　(B)9　　(C)10　　(D)11

8. 某学校有 A,B 两家餐厅，张同学连续三天午餐均在学校用餐. 如果某天去 A 餐厅，那么第 2 天还去 A 餐厅的概率为 $\frac{1}{3}$；如果某天去 B 餐厅，那么第 2 天还去 B 餐厅的概率为 $\frac{1}{2}$. 若张同学第 1 天午餐时随机选择一家餐厅用餐，则张同学第 3 天去 A 餐厅用餐的概率为

(A) $\frac{11}{24}$　　(B) $\frac{31}{72}$　　(C) $\frac{7}{18}$　　(D) $\frac{25}{72}$

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分。

9. 已知椭圆 $C:\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{b^2}=1(b>0)$ 的两个焦点分别为 F_1,F_2，点 $A(\sqrt{3},1)$ 在椭圆 C 上，则

(A) $b=\sqrt{2}$　　(B) $\triangle F_1AF_2$ 的面积为 2

(C) 椭圆 C 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　(D) $\triangle F_1AF_2$ 的内切圆半径为 $\sqrt{6}-2$

10. 记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和. 已知 $S_n=2a_n+n$，则

(A) $a_1=-1$　　(B) $a_n<a_{n+1}$

(C) 数列 $\{a_n-1\}$ 为等比数列　　(D) $S_{2023}=2024+a_{2024}$

11. 已知函数 $f(x)=ax(x-c)^2(a\neq 0)$，则

(A) 若 $a=c=1$，则函数 $g(x)=f(x)-2$ 有且仅有 1 个零点

(B) 若 $f(x)$ 在 $x=2$ 处取得极值，则 $c=2$

(C) 若 $f(x)$ 无极值，则 $c=0$

(D) 若 $f(x)$ 的极小值小于 0，则 $ac>0$

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分。

12. 若函数 $f(x)=e^x-ax$ 的单调递增区间为 $[1,+\infty)$，则 a 的值为______.

13. 用 1,2,3,4,5 这 5 个数字可以组成______个无重复数字的三位数，这些三位数中能被 3 整除的共有______个(用数字作答).

14. 已知四个整数 a,b,c,d 满足 $0<a<b<c<d$. 若 a,b,c 成等差数列，b,c,d 成等比数列，且 $d-a=48$，则 $a+b+c+d$ 的值为______.

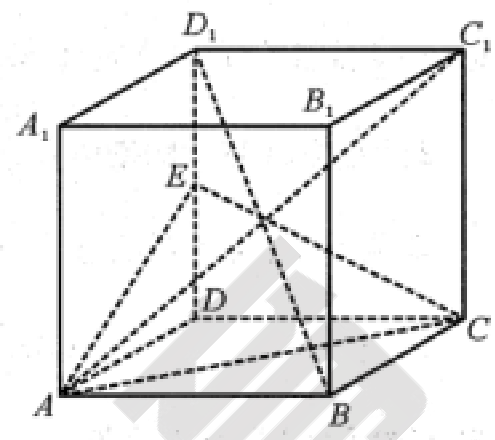
四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15.（本小题满分 13 分）

如图，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E 为 DD_1 的中点.

（Ⅰ）证明：BD_1∥平面 ACE；

（Ⅱ）求 AC_1 与平面 ACE 所成角的正弦值.



16.（本小题满分 15 分）

已知等差数列$\{a_n\}$满足 $a_4=7$，$a_{2n}=2a_n+1$.

（Ⅰ）求$\{a_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）若 $b_n=3^n\cdot a_n$，求数列$\{b_n\}$的前 n 项和 S_n.

17.（本小题满分 15 分）

“十四五”时期，成都基于历史文化底蕴、独特资源禀赋、生活城市特质和市民美好生活需要，高水平推进“三城三都”（世界文创名城、旅游名城、赛事名城和国际美食之都、音乐之都、会展之都）建设. 2023 年，成都大运会的成功举办让赛事名城的形象深入人心，让世界看到成都的专业、活力和对体育的热爱；2024 年，相约去凤凰山体育场观看成都蓉城队的比赛已经成为成都人最时尚的生活方式之一. 已知足球比赛积分规则为：球队胜一场积 3 分，平一场积 1 分，负一场积 0 分. 成都蓉城队 2024 年七月还将迎来主场与 A 队和客场与 B 队的两场比赛. 根据前期比赛成绩，设成都蓉城队主场与 A 队比赛：胜的概率为$\frac{1}{2}$，平的概率为$\frac{1}{3}$，负的概率为$\frac{1}{6}$；客场与 B 队比赛：胜的概率为$\frac{1}{4}$，平的概率为$\frac{1}{2}$，负的概率为$\frac{1}{4}$，且两场比赛结果相互独立.

（Ⅰ）求成都蓉城队七月主场与 A 队比赛获得积分超过客场与 B 队比赛获得积分的概率；

（Ⅱ）用 X 表示成都蓉城队七月与 A 队和 B 队比赛获得积分之和，求 X 的分布列与期望.

18.（本小题满分 17 分）

已知抛物线 $E: x^2=2py(p>0)$ 的焦点为 F，过 F 的直线与抛物线 E 相交于 A,B 两点.

（Ⅰ）当直线 AB 的倾斜角为 $\frac{\pi}{4}$ 时，直线 AB 被圆 $x^2+y^2-4y=0$ 所截得的弦长为 $\sqrt{14}$，求 p 的值；

（Ⅱ）若点 C 在 x 轴上，且 $\triangle ABC$ 是以 C 为直角顶点的等腰直角三角形，求直线 AB 的斜率.

19.（本小题满分 17 分）

已知函数 $f(x)=ax-\ln(x+a)(a\in\mathbf{R})$.

（Ⅰ）当 $a=2$ 时，求 $f(x)$ 的单调区间；

（Ⅱ）若 $f(x)\geqslant a-\frac{1}{a}$ 恒成立，求 a 的取值范围；

（Ⅲ）若数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1, a_{n+1}=\frac{n^2}{n^2a_n+1}$，记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和. 证明：$S_{2n}>2n-1$.