工作秘密 严禁外传
擅自泄露 严肃追责

成都市2021级高中毕业班第三次诊断性检测

数　学(理科)

本试卷分选择题和非选择题两部分。第Ⅰ卷(选择题)1至2页,第Ⅱ卷(非选择题)3至4页,共4页,满分150分,考试时间120分钟。

注意事项:

1. 答题前,务必将自己的姓名、考籍号填写在答题卡规定的位置上。
2. 答选择题时,必须使用2B铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦擦干净后,再选涂其它答案标号。
3. 答非选择题时,必须使用0.5毫米黑色签字笔,将答案书写在答题卡规定的位置上。
4. 所有题目必须在答题卡上作答,在试题卷上答题无效。
5. 考试结束后,只将答题卡交回。

第Ⅰ卷　(选择题,共60分)

一、选择题:本大题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x\mid x=2k+1,k\in\mathbf{Z}\}$,$B=\{x\mid x=4k+1,k\in\mathbf{Z}\}$,则

(A) $A\cap B=\varnothing$　(B) $A\cup B=\mathbf{Z}$　(C) $A\subseteq B$　(D) $B\subseteq A$

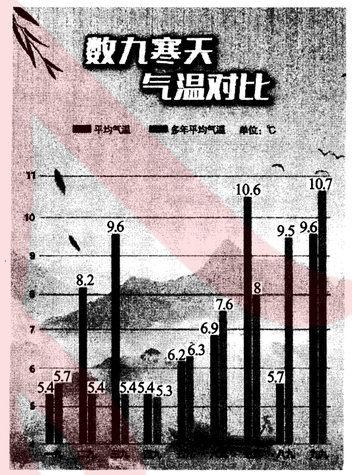
2. 若复数 z 满足 $(z+1)\mathrm{i}=-1-\mathrm{i}$,则 z 在复平面内对应的点位于

(A) 第一象限　(B) 第二象限　(C) 第三象限　(D) 第四象限

3. 已知 a,b 是两条不同的直线,α 是平面,若 $a//\alpha$,$b\subset\alpha$,则 a,b 不可能

(A)平行　(B)垂直　(C)相交　(D)异面

4. "数九"从每年"冬至"当天开始计算,每九天为一个单位,冬至后的第81天,"数九"结束,天气就变得温暖起来.如图,以温江国家基准气候站为代表记录了2023～2024年从"一九"到"九九"成都市的"平均气温"和"多年平均气温"(单位:℃),下列说法正确的是



(A)"四九"以后成都市"平均气温"一直上升

(B)"四九"成都市"平均气温"较"多年平均气温"低0.1℃

(C)"一九"到"五九"成都市"平均气温"的方差小于"多年平均气温"的方差

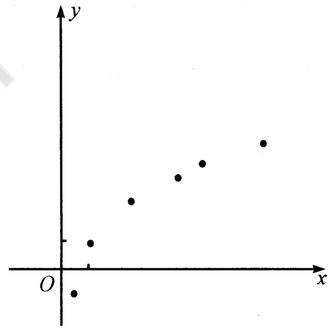
(D)"一九"到"九九"成都市"平均气温"的极差小于"多年平均气温"的极差

5. 设 $m\in\mathbf{R}$,双曲线 C 的方程为 $\dfrac{x^2}{m^2}-\dfrac{y^2}{(m+1)^2}=1$,则"$C$ 的离心率为 $\sqrt{5}$"是"$m=1$"的

(A)充分不必要条件　(B)必要不充分条件

(C)充要条件　(D)既不充分也不必要条件

6. 如图,由观测数据 $(x_i,y_i)(i=1,2,3,4,5,6)$ 的散点图可知,y 与 x 的关系可以用模型 $y=b\ln x+a$ 拟合,设 $z=\ln x$,利用最小二乘法求得 y 关于 z 的回归方程 $\hat{y}=\hat{b}z+1$.已知 $x_1x_2x_3x_4x_5x_6=\mathrm{e}^{12}$,$\sum\limits_{i=1}^{6}y_i=18$,则 $\hat{b}=$



(A) $\dfrac{17}{\mathrm{e}^{12}}$　(B) $\dfrac{12}{\mathrm{e}^{12}}$

(C) 1　(D) $\dfrac{17}{12}$

7. 已知 $\dfrac{\sin2\alpha}{1-\cos2\alpha}=2$,则 $\tan\alpha=$

(A) $\dfrac{1}{2}$　(B) $-\dfrac{1}{2}$　(C)2　(D) -2

8. 已知直线 $l:x-ay+1=0$ 与 $\odot C:(x-a)^2+(y-1)^2=1$ 相交于 A,B 两点,若 $\triangle ABC$ 是直角三角形,则实数 a 的值为

(A) 1或-1　(B) $\sqrt{3}$ 或 $-\sqrt{3}$　(C) $-\dfrac{1}{7}$ 或 -1　(D) $-\dfrac{1}{7}$ 或 $-\sqrt{3}$

9. 将函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0)$ 的图象向左平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个单位后,与函数 $g(x)=\cos(\omega x+\varphi)$ 的图象重合,则 ω 的最小值为

(A)9　(B) 6　(C) 3　(D) 2

10. 已知函数 $f(x)=\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{\pi-x}-\cos x$,若实数 x_1,x_2,x_3 成等差数列,且 $f(x_1)+f(x_2)+f(x_3)=0$,则 $x_1+x_2+x_3=$

(A) 0　(B) $\dfrac{\pi}{2}$　(C) $\dfrac{3\pi}{2}$　(D) 3π

11. 已知正方形 $ABCD$ 的边长为1,M,N 分别是边 AB,AD 上的点(均不与端点重合),记 $\triangle AMN,\triangle CMN$ 的面积分别为 S_1,S_2.若 $S_1=|\overrightarrow{CM}\cdot\overrightarrow{AB}|\cdot|\overrightarrow{CN}\cdot\overrightarrow{AD}|$,则 S_2 的取值范围是

(A) $[\dfrac{1}{4},\dfrac{3}{4})$　(B) $[\sqrt{2}-1,\dfrac{3}{4})$　(C) $[\dfrac{1}{4},\dfrac{1}{2})$　(D) $[\sqrt{2}-1,\dfrac{1}{2})$

12. 在棱长为5的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,Q 是 DD_1 中点,点 P 在正方体的内切球的球面上运动,且 $CP\perp AQ$,则点 P 的轨迹长度为

(A) $\sqrt{5}\pi$　(B) $2\sqrt{5}\pi$　(C) $\dfrac{5\pi}{4}$　(D) 5π

第Ⅱ卷 （非选择题，共 90 分）

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 把答案填在答题卡上.

13. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}3^x, x\geqslant 1,\\ 3^{-x}, x<1,\end{cases}$ 则 $f(\log_3 2)$ 的值为_____.

14. $\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，若 $b^2=2ac$，$\sin C=2\sin A$，则 $\cos A$ 的值为_____.

15. 设 F 为抛物线 $C:x^2=2y$ 的焦点，过 F 的直线与 C 相交于 A,B 两点，过点 A 作 C 的切线，与 x 轴交于点 D，与 y 轴交于点 E，则 $\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{OB}$（其中 O 为坐标原点）的值为_____.

16. 已知函数 $f(x)=xe^x-me^{2x}$，若 $f(x)$ 存在最小值，且最小值为 $\frac{2}{m}$，则实数 m 的值为_____.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（本小题满分 12 分）

设 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，已知 $2a_n=S_n+n$.

（Ⅰ）证明：数列 $\{a_n+1\}$ 是等比数列；

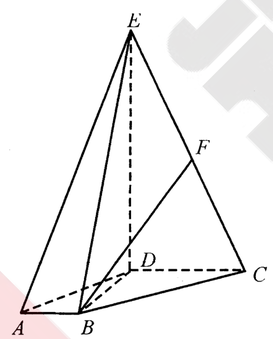
（Ⅱ）设 $b_n=\log_2(a_n+1)$，$c_n=\frac{1}{b_nb_{n+1}}$，求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n.

18.（本小题满分 12 分）

如图，在四棱锥 $E-ABCD$ 中，$AB//CD$，$\angle BAD=60°$，$AB=1$，$AD=CD=2$，$BE\perp CD$.

（Ⅰ）证明：平面 $BDE\perp$ 平面 $ABCD$；

（Ⅱ）若 $AD\perp DE$，$DE=4\sqrt{2}$，F 为 CE 中点，求直线 BF 与平面 ABE 所成角的正弦值.



19.（本小题满分 12 分）

课外阅读对于培养学生的阅读兴趣、拓宽知识视野、提高阅读能力具有重要作用. 某市为了解中学生的课外阅读情况，从该市全体中学生中随机抽取了 500 名学生，调查他们在寒假期间每天课外阅读平均时长 t（单位：分钟），得到如下所示的频数分布表，已知所调查的学生中寒假期间每天课外阅读平均时长均不超过 100 分钟.

时长 t	[0,20)	[20,40)	[40,60)	[60,80)	[80,100]
学生人数	50	100	200	125	25

（Ⅰ）估计这 500 名学生寒假期间每天课外阅读平均时长的平均数（同一组中的数据用该组区间的中点值为代表）；

（Ⅱ）用频率估计概率，从该市中学生中随机抽取 2 名学生参加座谈，抽到的学生寒假期间每天课外阅读平均时长在 [0,20) 内记 0 分，在 [20,60) 内记 1 分，在 [60,100] 内记 2 分. 用 X 表示这两名学生得分之和，求 X 的分布列和数学期望.

20.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=x\ln x-a\sqrt{x}+a$（$a\in\mathbf{R}$）.

（Ⅰ）当 $a=2$ 时，求 $f(x)$ 的单调区间；

（Ⅱ）若 $f(x)$ 有两个零点，求 a 的取值范围.

21.（本小题满分 12 分）

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$，过点 $P(a,b)$ 的直线 l 与椭圆 C 交于 A,B 两点，当 l 过坐标原点 O 时，$|AB|=\sqrt{10}$.

（Ⅰ）求椭圆 C 的方程；

（Ⅱ）线段 OP 上是否存在定点 Q，使得直线 QA 与直线 QB 的斜率之积为定值. 若存在，求出点 Q 的坐标；若不存在，请说明理由.

请考生在第 22，23 题中任选择一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分. 作答时，用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应的标号涂黑.

22.（本小题满分 10 分）选修 4—4：坐标系与参数方程

在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=mt^2,\\ y=mt\end{cases}$（$t$ 为参数）. 以坐标原点为极点，x 轴非负半轴为极轴建立极坐标系，直线 l 的极坐标方程为 $\rho\cos(\theta+\frac{\pi}{4})-2\sqrt{2}=0$.

（Ⅰ）求曲线 C 的普通方程和直线 l 的直角坐标方程；

（Ⅱ）若直线 l 与曲线 C 相交于 A,B 两点，且 $M(6,2)$ 为线段 AB 的三等分点，求实数 m 的值.

23.（本小题满分 10 分）选修 4—5：不等式选讲

已知函数 $f(x)=|x-2m|-m(m<0)$.

（Ⅰ）求不等式 $f(x)\geqslant 2x$ 的解集；

（Ⅱ）当 $m=-2$ 时，函数 $f(x)$ 的最小值 n，若非零实数 a,b,c 满足 $a^2+b^2+c^2=n$，证明：$\frac{a^2}{b^2+c^2}+\frac{b^2}{c^2+a^2}+\frac{c^2}{a^2+b^2}\geqslant\frac{3}{2}$.

成都市2021级高中毕业班第三次诊断性检测
数学（理科）答题卡

姓名		座位号	

考籍号

贴条形码区
（正面朝上切勿贴出虚线框外）

考生禁填

缺考标记

缺考考生由监考员贴条形码，并用2B铅笔填涂上面的缺考标记。

注意事项

1. 答题前，考生务必先认真核对条形码上的姓名、考籍号和座位号，无误后将本人姓名、考籍号和座位号填写在相应位置，同时将背面左上角相应的座位号涂黑。
2. 选择题填涂时，必须使用2B铅笔按▬图示规范填涂；非选择题必须使用0.5毫米的黑色墨迹签字笔作答。
3. 必须在题目所指示的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效，在草稿纸、试题卷上答题无效。
4. 保持答题卡清洁、完整，严禁折叠，严禁使用涂改液和修正带。

第Ⅰ卷
（须用2B铅笔填涂）

填涂样例　错误填涂　正确填涂

1	A	B	C	D	5	A	B	C	D	9	A B C D
2	A	B	C	D	6	A	B	C	D	10	A B C D
3	A	B	C	D	7	A	B	C	D	11	A B C D
4	A	B	C	D	8	A	B	C	D	12	A B C D

第Ⅱ卷　【必考题】　（须用0.5毫米的黑色字迹中性笔书写）

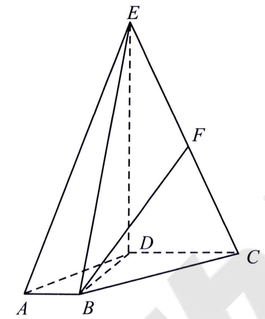
13.　　14.　　15.　　16.

17.

请在各题规定的黑色矩形区域内答题，超出该区域的答案无效！

请在各题规定的黑色矩形区域内答题，超出该区域的答案无效！

18.



请在各题规定的黑色矩形区域内答题，超出该区域的答案无效！

请在各题规定的黑色矩形区域内答题，超出该区域的答案无效！

19.

请在各题规定的黑色矩形区域内答题，超出该区域的答案无效！

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

成都市教育科学研究院　监制

座位号
（请用2B铅笔填涂）

[01]	[02]	[03]	[04]	[05]	[06]	[07]	[08]	[09]	[10]	[11]	[12]	[13]	[14]	[15]
[16]	[17]	[18]	[19]	[20]	[21]	[22]	[23]	[24]	[25]	[26]	[27]	[28]	[29]	[30]

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

请在各题规定的黑色矩形区域内答题，超出该区域的答案无效！

20.

请在各题规定的黑色矩形区域内答题，超出该区域的答案无效！

请在各题规定的黑色矩形区域内答题，超出该区域的答案无效！

21.

请在各题规定的黑色矩形区域内答题，超出该区域的答案无效！

请在各题规定的黑色矩形区域内答题，超出该区域的答案无效！

第Ⅱ卷【选考题】

以下为选考题，每个答题区只允许选答一题，答题前，请考生务必将所选题号用2B铅笔涂黑。

[22] [23]

请考生从22、23二题中任选一题做答，并用2B铅笔将所选题号涂黑，多涂、错涂、漏涂均不给分，如果多做，则按所做的第一题计分。

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

请在各题规定的黑色矩形区域内答题，超出该区域的答案无效！

锦宏教育 Jinhong Education