达州市普通高中2024届第二次诊断性测试

文科数学参考答案

一、选择题：

1. D　2. C　3.B　4.A　5.A　6.D　7. B　8. B　9.D　10.A　11.C　12. C

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.

13．$(2，+\infty)$　　14．1　　15．$\dfrac{7\pi}{12}$　　16．$4+2\sqrt{13}$

三、解答题：共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17．解：(1)设等差数列$\{a_n\}$公差为d，$\because S_9=0$，$\therefore 9\times8+\dfrac{9\times8}{2}d=0$，$\therefore d=-2$，

$\therefore S_n=8n-\dfrac{n(n-1)}{2}(-2)=9n-n^2$.

(2) $b_1=\dfrac{s_4}{5}=4$，$b_2=-a_6=-8+10=2$，$\therefore$数列$\{b_n\}$公比为$\dfrac{1}{2}$，$\therefore b_n=4(\dfrac{1}{2})^{n-1}=2^{3-n}$.

18．解：(1) $\because$ $k=\dfrac{100\times(20\times20-20\times40)^2}{40\times60\times40\times60}=\dfrac{25}{9}\approx2.778<3.841$.

$\therefore$没有95%的把握认为入学测试成绩优秀与使用智能辅导系统相关.

(2)$\because$使用分层抽样，$\therefore$5人中2人成绩优秀，3人成绩不优秀，

成绩优秀的2人记为A_1，A_2，成绩不优秀的3人记为B_1，B_2，B_3

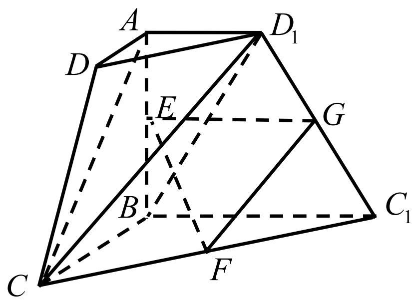
$\therefore$这5人中抽取2人的所有情况有：

A_1A_2，A_1B_1，A_1B_2，A_1B_3，A_2B_1，A_2B_2，A_2B_3，B_1B_2，B_1B_3，B_2B_3共10种；

其中恰好1人成绩优秀的有A_1B_1，A_1B_2，A_1B_3，A_2B_1，A_2B_2，A_2B_3共6种.

$\therefore$抽取的2人中恰1人的入学测试成绩优秀的概率为$\dfrac{3}{5}$.

19．(1) 证明：设D_1C_1中点为G，连接FG，EG，



$\because$ FG为$\triangle CC_1D_1$中位线，$FG\parallel CD_1$，

$CD_1\subset$平面CD_1A，$FG\not\subset$平面CD_1A，

$\therefore$ $FG\parallel$平面CD_1A，

$\because$ EG为梯形ABC_1D_1中位线，$EG\parallel AD_1$，

$AD_1\subset$平面CD_1A，$EG\not\subset$平面CD_1A，

$\therefore$ $EG\parallel$平面CD_1A，

$\because$ $EG\cap FG=G$，$FG\subset$平面EFG，$EG\subset$平面EFG，

$\therefore$平面$EFG\parallel$平面CD_1A，

$\because$ $EF\subset$平面EFG，$\therefore$ $EF\parallel$平面CD_1A.

(2) 解：如图连接BD_1，$\because$ $AB\perp BC$，$AB\perp BC_1$，$BC\cap BC_1=B$，

$\therefore$ $AB\perp$平面BCC_1，D_1到平面BCC_1的距离为3，

$\because$ $BC=BC_1$，$\angle DAD_1=\dfrac{\pi}{3}$，$\therefore$ $V_{D_1-BCC_1}=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}\times4\times4\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times3=4\sqrt{3}$.

等腰梯形CDD_1C_1中可求$S_{\triangle CD_1C_1}=4\sqrt{3}$，设$B$到平面$CDD_1C_1$的距离为$h$，

$\therefore V_{B-CD_1C_1}=\dfrac{1}{3}\times 4\sqrt{3}\times h$，$\because V_{D_1-BCC_1}=V_{B-CD_1C_1}$，$\therefore h=3$.

$\therefore B$ 到平面 CDD_1C_1 的距离为 3.

20．解：(1) 设 $A(x_1,\ y_1)$，$B(x_2,\ y_2)$，

$\because \begin{cases} y^2=2px, \\ y=k(x-p)\end{cases}$，$ky^2-2py-2p^2k=0$，$\therefore y_1+y_2=\dfrac{2p}{k}$，$y_m=\dfrac{p}{k}$.

$\because ky_m=2$，$\therefore p=2$，$\therefore \Gamma: y^2=4x$.

(2) $\because \begin{cases} y^2=4x, \\ y=k(x-2)\end{cases}$，$ky^2-4y-8k=0$，$\therefore y_1+y_2=\dfrac{4}{k}$，$y_1y_2=-8$.

$\because S_{\triangle BOC}$，$S_{\triangle COM}$，$S_{\triangle MOA}$ 成等差数列，$\therefore |y_2|$，$|y_m|$，$|y_1|-|y_m|$ 成等差数列.

$\therefore 2|y_m|=|y_2|+|y_1|-|y_m|$，$\therefore 3|y_m|=|y_1|+|y_2|$，$3|y_m|=|y_1-y_2|$，

$\therefore 9y_m^2=(y_1+y_2)^2-4y_1y_2$，$9(\dfrac{2}{k})^2=(\dfrac{4}{k})^2+32$，$\therefore\ k=\pm\dfrac{\sqrt{10}}{4}$.

21．解(1) $\because m=1$，$\therefore f(x)=\ln x+\dfrac{2}{x}$，$f(1)=2$，即切点为 $(1,\ 2)$，

$\because f'(x)=\dfrac{1}{x}-\dfrac{2}{x^2}$，$f'(1)=-1$，$\therefore (1,\ f(1))$ 处切线方程为：$x+y-3=0$.

(2) $\because h(x)=g(x)-f(x)=mx-2\ln x+2-m\ln x-\dfrac{2}{x}$，

$\therefore h'(x)=m-\dfrac{2}{x}-\dfrac{m}{x}+\dfrac{2}{x^2}=\dfrac{(x-1)(mx-2)}{x^2}$，$\because x\in(1,\ \mathrm{e})$，$\therefore x-1>0$.

当 $m\leqslant 0$ 时，$mx-2<0$，$h'(x)<0$，$\therefore h(x)$ 在 $(1,\ \mathrm{e})$ 上单调递减，

$\therefore h(x)<h(1)=m\leqslant 0$，$h(x)$ 无零点.

当 $m>0$ 时，令 $mx-2=0$，$x=\dfrac{2}{m}$，

若 $\dfrac{2}{m}\leqslant 1$，即 $m\geqslant 2$ 时，$h'(x)>0$，$\therefore h(x)$ 在 $(1,\ \mathrm{e})$ 上单调递增，

$\therefore h(x)>h(1)=m>0$，$h(x)$ 无零点.

若 $1<\dfrac{2}{m}<\mathrm{e}$，即 $\dfrac{2}{\mathrm{e}}<m<2$ 时，$x\in(1,\ \dfrac{2}{m})$，$h'(x)<0$，$h(x)$ 单调递减，

$x\in(\dfrac{2}{m},\ \mathrm{e})$，$h'(x)>0$，$h(x)$ 单调递增，

$\therefore h(x)\geqslant h(\dfrac{2}{m})=4-m-2\ln\dfrac{2}{m}-m\ln\dfrac{2}{m}=4-m-2\ln 2+2\ln m-m\ln 2+m\ln m$，

设 $F(x)=4-x-2\ln 2+2\ln x-x\ln 2+x\ln x$，$\dfrac{2}{\mathrm{e}}<x<2$，

$\therefore F'(x)=\dfrac{2}{x}+\ln x-\ln 2$，设 $G(x)=F'(x)$，$G'(x)=\dfrac{x-2}{x^2}<0$，

即 $G(x)$ 在 $(\dfrac{2}{\mathrm{e}},\ 2)$ 上单调递减，$G(x)>G(2)=1>0$，即 $F'(x)>0$，

$\therefore F(x)$ 在 $(\dfrac{2}{\mathrm{e}},\ 2)$ 上单调递增，$F(x)>F(\dfrac{2}{\mathrm{e}})=2-\dfrac{4}{\mathrm{e}}>0$，即 $h(x)>0$，$h(x)$ 无零点.

若$\dfrac{2}{m}\geqslant e$，即$0<m\leqslant\dfrac{2}{e}$时，$h'(x)<0$，$\therefore h(x)$在$(1,e)$上单调递减，

$h(1)=m>0$，$h(e)=me-m-\dfrac{2}{e}$，

$\therefore me-m-\dfrac{2}{e}\geqslant 0$，即$\dfrac{2}{e^2-e}\leqslant m\leqslant\dfrac{2}{e}$时，$h(x)$无零点.

$\therefore me-m-\dfrac{2}{e}<0$，即$0<m<\dfrac{2}{e^2-e}$时，$h(x)$有唯一零点.

综上，$0<m<\dfrac{2}{e^2-e}$时$h(x)$有唯一零点，$m\leqslant 0$或$m\geqslant\dfrac{2}{e^2-e}$时$h(x)$无零点.

22．解：(1) $C_1: x^2+(y-2)^2=4$

C_2：$\because \rho(\cos^2\theta-\sin^2\theta)=4\cos\theta-4\sin\theta$，

$\therefore \rho^2\cos^2\theta-\rho^2\sin^2\theta=4\rho\cos\theta-4\rho\sin\theta$，

$\because \rho\cos\theta=x$，$\rho\sin\theta=y$，$\therefore x^2-y^2=4x-4y$，$(x+y)(x-y)-4(x-y)=0$，

$\therefore (x-y)(x+y-4)=0$，$\therefore C_2$方程为$x-y=0$和$x+y-4=0$.

(2) $\because \begin{cases}x^2+(y-2)^2=4\\ x-y=0\end{cases}$解得$\begin{cases}x=0\\ y=0\end{cases}$，$\begin{cases}x=2\\ y=2\end{cases}$；

$\because \begin{cases}x^2+(y-2)^2=4\\ x+y-4=0\end{cases}$解得$\begin{cases}x=0\\ y=4\end{cases}$，$\begin{cases}x=2\\ y=2\end{cases}$.

$\therefore$以曲线C_1与曲线C_2的公共点为顶点的多边形为三角形，其面积为4.

23．解：(1) $\because f(x)=|x+3|-|2x-4|=\begin{cases}x-7, & x\leqslant -3,\\ 3x-1, & -3<x\leqslant 2,\\ 7-x, & x>2.\end{cases}$ $\therefore f_{\max}(x)=5$，

$\therefore 5\geqslant|m-1|+m$，解得$m\leqslant 3$．所以$m$的取值范围为$(-\infty,3]$.

(2)由(1)可得$n=3$，$3a+b+2c=3$，

$\therefore 5a^2+b^2+c^2+2ab=(a+b)^2+4a^2+c^2$

$$=[(a+b)^2+4a^2+c^2](1^2+1^2+2^2)\frac{1}{6}$$

$$\geqslant\frac{1}{6}(3a+b+2c)^2=\frac{3}{2}$$

当且仅当$4a=4b=c=1$时取等号，即$5a^2+b^2+c^2+2ab$最小值为$\dfrac{3}{2}$.