秘密 ★ 启用前 【考试时间：2024 年 4 月 19 日 15:00—17:00】

绵阳市高中 2021 级第三次诊断性考试

文科数学

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上．

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑．如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号．回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效．

3．考试结束后，将答题卡交回．

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

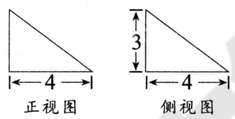
1．已知复数 $z=2-i$，则 $|z^2|=$

A．$\sqrt{5}$　　B．4　　C．5　　D．25

2．已知集合 $A=\{x|x^2<9\}$，$B=\{x|x-2\leqslant 0\}$，则 $A\cap B=$

A．$\{0,1,2\}$　　B．$\{-2,2\}$

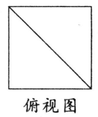
C．$\{x|2\leqslant x<3\}$　　D．$\{x|-3<x\leqslant 2\}$



3．如右图是一个几何体的三视图，则该几何体的体积为

A．16　　B．24

C．40　　D．48



4．用 1，3，4 三个数字组成无重复数字的三位数，其中小于 300 的概率为

A．$\frac{4}{9}$　　B．$\frac{2}{3}$　　C．$\frac{1}{3}$　　D．$\frac{1}{2}$

5．已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，满足 $a_1=1$，$S_4=3S_3+1$，则 $a_3=$

A．$\frac{1}{8}$　　B．$\frac{1}{4}$　　C．9　　D．27

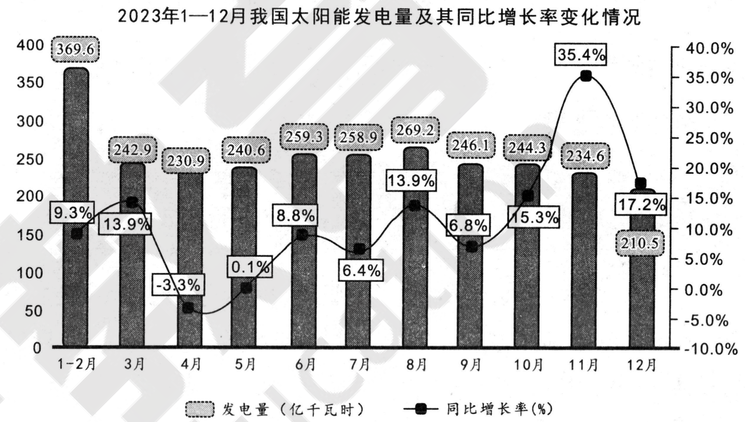
6．若函数 $f(x)=\cos(\pi x+\varphi)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称，在下列选项中，(　　)不是 $f(x)$ 的零点

A．-1　　B．$-\frac{1}{2}$　　C．$\frac{3}{2}$　　D．$\frac{5}{2}$

7．已知单位向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 的夹角为 60°，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{a}-\lambda\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{OA}\perp\overrightarrow{OB}$（$O$，$A$ 不重合），则 λ 的值为

A．$-\frac{1}{2}$　　B．0　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{3}{2}$

8．国家统计单位统计了 2023 年全国太阳能月度发电量当期值（单位：亿千瓦时），并与上一年同期相比较，得到同比增长率（注：同比增长率=今年月发电量−去年同期月发电量）÷去年同期月发电量×100%），如右统计图，下列说法不正确的是



A．2023 年第一季度的发电量平均值约为 204

B．2023 年至少有一个月的发电量低于上一年同期发电量

C．2022 年 11 月发电量也高于该年 12 月发电量

D．2023 年下半年发电量的中位数为 245.2

9．已知函数 $f(x)=\begin{cases}\lg(-x+1), & x\leqslant 0,\\ x^3-ax, & x>0\end{cases}$ 存在 x_0 使得 $f(x_0)<0$，则实数 a 的取值范围是

A．$[0,+\infty)$　　B．$(0,+\infty)$　　C．$(-\infty,-1]$　　D．$(-\infty,0)$

10．在平行四边形 $ABCD$ 中，$AB\perp BD$，$BC=2\sqrt{5}$，$CD=2$，沿对角线 BD 将三角形 ABD 折起，所得四面体 $A-BCD$ 外接球的表面积为 24π，则异面直线 AB 与 CD 所成角为

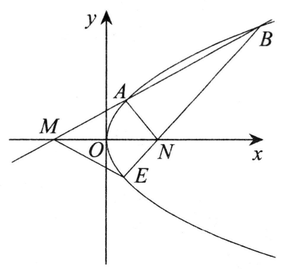
A．30°　　B．45°　　C．60°　　D．90°

11．若函数 $f(x)=\frac{1}{2}ax^2-x+b\ln x(a\neq 0)$ 有唯一极值点，则下列关系式一定成立的是

A．$a>0$，$b<0$　　B．$a<0$，$b>0$

C．$ab<\frac{1}{4}$　　D．$ab>0$

12．如图，过点 $M(-1,0)$ 的直线交抛物线 C：$y^2=2x$ 于 A，B 两点，点 A 在 M、B 之间，点 N 与点 M 关于原点对称，延长 BN 交抛物线 C 于 E，记直线 AN 的斜率为 k_1，直线 ME 的斜率为 k_2，当 $k_1=3k_2$ 时，直线 AB 的斜率为



A．$\frac{2}{3}$　　B．1

C．$\sqrt{2}$　　D．$\sqrt{3}$

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13．已知 $\boldsymbol{a}=(\sin\alpha,\ \cos\alpha)$，$\boldsymbol{b}=(2,\ 1)$，若 $\boldsymbol{a}//\boldsymbol{b}$，则 $\tan\alpha=$_____.

14．已知双曲线 E：$\dfrac{x^2}{m}-\dfrac{y^2}{n}=1$（$m>0$，$n>0$），若 $\dfrac{m}{n}=2$，则该双曲线的离心率为_____.

15．底面半径为 4 的圆锥被平行于底面的平面所截，截去一个底面半径为 1，母线长为 3 的圆锥，则所得圆台的侧面积为_____.

16．在△ABC 中，D 是 BC 边上一点，$BD=3CD$，若∠BAD=2∠DAC=2∠ABD，且△ACD 的面积为 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，则 AD=_____.

三、解答题：共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

（一）必考题：共 60 分.

17．（12 分）

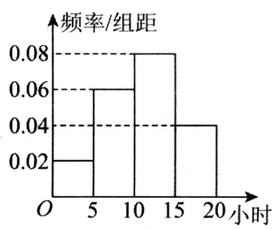
已知数列的$\{a_n\}$前 n 项和为 S_n，且满足 $6S_n-4a_n=1$.

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

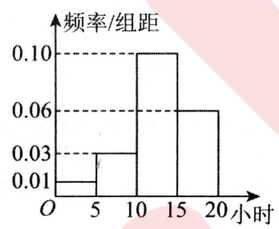
（2）令 $b_n=S_{2n+1}$，求数列$\{b_n\}$的前 n 项和 T_n.

18．（12 分）

某工厂生产某款电池，在满电状态下能够持续放电时间不低于 10 小时的为合格品，工程师选择某台生产电池的机器进行参数调试．在调试前后，分别在其产品中随机抽取样本数据进行统计，制作了如下频率分布直方图和 2×2 列联表：



调试前



调试后

产品	合格	不合格
调试前	24	16
调试后	a	12

（1）求调试前生产的电池平均持续放电时间，及列联表中 a 的值；

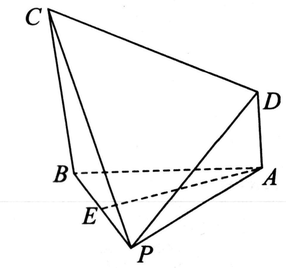
（2）根据列联表分析，能否有 95%的把握认为参数调试影响了产品质量？

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.050	0.010	0.001
k_0	3.841	6.635	10.828

19．（12 分）

如图，在四棱锥 P−$ABCD$ 中，AD∥BC，AB=AP，平面 PAB⊥平面 PBC，平面 PCD⊥平面 PBC.



（1）点 E 是 PB 的中点，求证：AE∥平面 PCD；

（2）若 $AB=AP=BC=2\sqrt{2}$，∠PBC=135°，求三棱锥 C−PBD 体积的最大值.

20．（12 分）

设 $f(x)=(\dfrac{1}{2}x^2+ax)(\ln x-\ln a)-\dfrac{1}{4}x^2-ax$.

（1）当 a=1，求 $f(x)$ 在点 (e，f(e)) 处的切线方程；

（2）当 $a>1$ 时，证明：$f(x)>-\dfrac{5}{4}(1+\ln a)e^{a-1}$.

21．（12 分）

已知椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>1>b>0)$ 的离心率为 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，过点 M(1，0)的直线 l 交椭圆 C 于点 A，B，且当 $l\perp x$ 轴时，$|AB|=\sqrt{3}$.

（1）求椭圆 C 的方程；

（2）记椭圆 C 的左焦点为 F，若过 F，A，B 三点的圆的圆心恰好在 y 轴上，求直线 l 的斜率.

（二）选考题：共 10 分．请考生在第 22、23 题中任选一题做答．如果多做，则按所做的第一题记分.

22．[选修 4—4：坐标系与参数方程]（10 分）

在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x=\cos\alpha+\sqrt{3}\sin\alpha \\ y=2+\sin\alpha-\sqrt{3}\cos\alpha \end{cases}$（$\alpha$为参数）.

（1）求曲线 C_1 与 y 轴的交点坐标；

（2）以坐标原点 O 为极点，以 x 轴正半轴为极轴，建立极坐标系.曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho\sin(\theta+\dfrac{\pi}{3})=2$，$C_1$ 与 C_2 交于 A，B 两点，求∠AOB 的大小.

23．[选修 4—5：不等式选讲]（10 分）

已知 $a>b>0$，且 $a+b=\dfrac{3}{a}+\dfrac{3}{b}$，函数 $f(x)=|x-a|+|x-b|$的最小值为 2.

（1）求 a，b 的值；

（2）求 $\sqrt{3-at}+\sqrt{bt}$ 的最大值.

绵阳市高中2021级第三次诊断性考试

文科数学答题卡

姓名 _____ 班级 _____

考号 | | | | | | | | | | | |

考生禁填 （填涂说明：缺考考生由监考员贴条形码，并用2B铅笔填涂右边缺考标记） ☐

贴条形码区(监考员贴)

（正面朝上切勿贴出虚线框外）

注意事项

1. 答题前，考生先将自己的姓名、班级、考号用0.5毫米的黑色墨水签字笔填写清楚，并认真核对条形码上的学校、姓名、考号。
2. 选择题使用2B铅笔填涂，非选择题用0.5毫米的黑色墨水签字笔书写，字体工整、笔迹清楚；按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。
3. 保持卡面清洁，不要折叠，不要损坏；选择题修改时用橡皮擦擦干净，不留痕迹。其他试题修改禁用涂改液和不干胶条。
4. 填涂示例：正确填涂法 ■ 错误填涂法 ☑ ● ☒

选择题（考生须用2B铅笔填涂）

1	A	B	C	D	6	A	B	C	D	11	A	B	C	D
2	A	B	C	D	7	A	B	C	D	12	A	B	C	D
3	A	B	C	D	8	A	B	C	D					
4	A	B	C	D	9	A	B	C	D					
5	A	B	C	D	10	A	B	C	D					

非选择题（考生须用0.5毫米的黑色墨水签字笔书写）

二、填空题（20分）

13. _____ 14. _____

15. _____ 16. _____

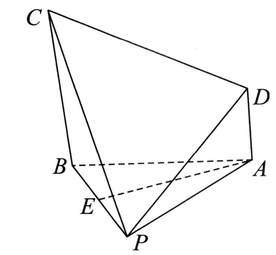
三、解答题（70分）

17.（12分）

绵阳市教育科学研究所 监制

18.（12分）

19.（12分）



锦宏教育 Jinhong Education

20.（12分）

绵阳市教育科学研究所 监制

21.（12分）

选考题　请考生从给出的22、23两题中任选一题作答，并用2B铅笔在答题卡上把所选题的题号涂黑，注意选做题目的题号必须与所涂题号一致，如果多做，则按所做的第一题记分。

我所选择的题号是　22　23

锦宏教育 Jinhong Education