

文科参考答案：

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
B	C	A	C	A	B	D	D	C	A	D	A

13. 1 14. 57 15. $2\sqrt{6}$ 16. (0, -4)

12. 解： $axe^x + x + \ln x > 1$, 即 $axe^x + \ln(xe^x) > 1$,

令 $t = xe^x, x > 0, \therefore t \in (0, +\infty)$. 故 $at + \ln t > 1 (t > 0)$ 有解.

即 $a > \frac{1 - \ln t}{t} (t > 0)$ 有解.

令 $f(t) = \frac{1 - \ln t}{t} (t > 0), f'(t) = \frac{\ln t - 2}{t^2} (t > 0)$

当 $t \in (0, e^2), f'(t) < 0; t \in (e^2, +\infty), f'(t) > 0;$

即 $f(t)$ 在 $t \in (0, e^2)$ 单减, $f(t)$ 在 $t \in (e^2, +\infty)$ 单增,

$$\therefore f(t)_{\min} = f(e^2) = -\frac{1}{e^2}$$

$$\therefore a > -\frac{1}{e^2}$$

16. 解：根据题意直线 PQ 斜率存在, 设其方程为 $y = kx + m$, 设 $P(x_1, -\frac{x_1^2}{8}), Q(x_2, -\frac{x_2^2}{8})$,

由 $x^2 = -8y$, 得 $y = -\frac{x^2}{8}$, 求导得 $y' = -\frac{x}{4}$,

则抛物线在点 P 处的切线方程为 $y + \frac{x_1^2}{8} = -\frac{x_1}{4}(x - x_1)$, 整理得: $y = -\frac{x_1}{4}x + \frac{x_1^2}{8}$,

同理得抛物线在点 Q 处的切线方程为 $y = -\frac{x_2}{4}x + \frac{x_2^2}{8}$,

$$\text{则由 } \begin{cases} y = -\frac{x_1}{4}x + \frac{x_1^2}{8} \\ y = -\frac{x_2}{4}x + \frac{x_2^2}{8} \end{cases}, \text{解得 } \begin{cases} x = \frac{x_1 + x_2}{2} \\ y = -\frac{x_1 x_2}{8} \end{cases}, \text{即两切线的交点 } M(\frac{x_1 + x_2}{2}, -\frac{x_1 x_2}{8}),$$

由 $\begin{cases} y = kx + m \\ x^2 = -8y \end{cases}$ 消去 y 整理得 $x^2 + 8kx + 8m = 0$, 则 $x_1 + x_2 = -8k, x_1 x_2 = 8m$, 则 $M(-4k, -m)$,

\therefore 点 M 在直线 $y = 4$ 上, 则 $m = -4, x_1 x_2 = -32$

则直线 PQ 的方程为 $y = kx - 4$, 过定点 $G(0, -4)$,

(方法二: 可以直接设切点弦方程 $xx_0 = p(y + y_0)$ 求出恒过定点 $G(0, -4)$)

17. 解: $\therefore 2b \cos A = c \cos A + a \cos C$

由正弦定理得 $2 \sin B \cos A = \sin C \cos A + \sin A \cos C$

$$\therefore 2 \sin B \cos A = \sin(A + C) = \sin(\pi - B) = \sin B$$

$$\therefore B \in (0, \pi)$$

$$\therefore \sin B \neq 0$$

$$\therefore \cos A = \frac{1}{2}$$

$$\therefore A \in (0, \pi)$$

$$\therefore A = \frac{\pi}{3} \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

(2) 由余弦定理及 (1) 得

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$\therefore a^2 = (b + c)^2 - 3bc$$

$\because a = \sqrt{7}, b + c = 4$

$\therefore 7 = 16 - 3bc$

$\therefore bc = 3 \dots\dots\dots 12$ 分

18.解：(1) 证明： $\because PD \perp$ 平面 $ABCD, \therefore PD \perp AB$.

$\because AB \perp AD, AD \cap PD = D,$

$\therefore AB \perp$ 平面 PAD .

$\therefore DE \perp AB$.

$\because PD = AD = 2,$ 又 E 是 PA 的中点,

$\therefore DE \perp PA, PA \cap AB = A,$

$\therefore DE \perp$ 平面 $PAB \dots\dots\dots 6$ 分

(2) $\because AB \parallel DC$

$\therefore DC \parallel$ 平面 PAB .

\therefore 点 C 到平面 PAB 的距离等于点 D 到平面 PAB 的距离.

$\because DE \perp$ 平面 PAB

$\therefore V_{E-PBC} = V_{C-PEB} = V_{D-PEB} = \frac{1}{3} S_{\Delta PEB} \cdot DE = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} S_{\Delta PAB} \cdot DE = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 4 \times \sqrt{2} = \frac{4}{3} \dots\dots$

$\dots\dots\dots 12$ 分

19.解：(1) 依题意， $\bar{x} = \frac{4+5+6+7+8}{5} = 6, \bar{y} = \frac{67+64+61+58+50}{5} = 60,$

而 $\sum_{i=1}^5 x_i y_i = 1760, \sum_{i=1}^5 x_i^2 = 190,$ 于是 $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^5 x_i y_i - 5\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^5 x_i^2 - 5\bar{x}^2} = \frac{1760 - 5 \times 6 \times 60}{190 - 5 \times 6^2} = \frac{-40}{10} = -4,$

$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x} = 60 + 4 \times 6 = 84,$

所以所求线性回归方程为 $\hat{y} = -4x + 84 \dots\dots\dots 6$ 分

(2) 利用 (1) 中所求的线性回归方程 $\hat{y} = -4x + 84$ 得：

当 $x_1 = 4$ 时， $\hat{y}_1 = 68$ ；当 $x_2 = 5$ 时， $\hat{y}_2 = 64$ ；

当 $x_3 = 6$ 时， $\hat{y}_3 = 60$ ；当 $x_4 = 7$ 时， $\hat{y}_4 = 56$ ；

当 $x_5 = 8$ 时， $\hat{y}_5 = 52,$

与销售数据对比知满足 $|\hat{y}_i - y_i| \leq 1 (i = 1, 2, \dots, 5)$ 的共有 3 个“精准销售”：(4,67), (5,64), (6,60),

记 5 个销售数据中的 3 个“精准销售”分别为 $a, b, c,$ 另两个数据为 $A, B,$

从 5 个销售数据中任取 2 个的基本事件有：

$ab, ac, aA, aB, bc, bA, bB, cA, cB, AB,$ 共 10 个基本事件，

“精准销售”至少有 1 个的基本事件： $ab, ac, aA, aB, bc, bA, bB, cA, cB,$ 共 9 个基本事件

故 $P = \frac{9}{10},$

所以“精准销售”至少有 1 个的概率为 $\frac{9}{10} \dots\dots\dots 12$ 分

20. 解：(1) 解：由题可知 $\begin{cases} \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2b = 6\sqrt{5} \\ (a+c) + (a-c) = 6 \end{cases}$ 解得 $a = 3, b = \sqrt{5}$

所以椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1 \dots\dots\dots 5$ 分

(2) 证明：由题意，直线 PQ 的斜率不为 0，设直线 PQ 的方程为： $x = ty - 1$

则 $\begin{cases} x = ty - 1 \\ \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1 \end{cases}$ 消去 x 整理可得： $(5t^2+9)y^2 - 10ty - 40 = 0$

设 $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2) (y_1 > 0, y_2 < 0), M(x, y)$, 而 $A_1(-3, 0), A_2(3, 0)$

则 $y_1 y_2 = \frac{-40}{5t^2+9}, y_1 + y_2 = \frac{10t}{5t^2+9}$, 即 $ty_1 y_2 = -4(y_1 + y_2)$,

由 A_2, P, M , 三点共线得： $\frac{y}{x-3} = \frac{y_1}{x_1-3}$ 由 A_1, Q, M 三点共线得： $\frac{y}{x+3} = \frac{y_2}{x_2+3}$,

两式相除可得：

$$\frac{x+3}{x-3} = \frac{y_1(x_2+3)}{y_2(x_1-3)} = \frac{y_1(ty_2+2)}{y_2(ty_1-4)} = \frac{ty_1 y_2 + 2y_1}{ty_1 y_2 - 4y_2} = \frac{-4(y_1+y_2) + 2y_1}{-4(y_1+y_2) - 4y_2} = \frac{-2(y_1+2y_2)}{-4(y_1+2y_2)} = \frac{1}{2}$$

解得 $x = -9$, 所以点 M 在定直线 $x = -9$ 上.....12分

21. 解：(1) $x \in \mathbf{R}, f(x) = e^x + a$

因为 $f(x)$ 是单调递增函数， $\therefore f'(x) = e^x + a \geq 0$ 对 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立，

即 $a \geq -e^x$ 对 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立，

令 $h(x) = -e^x, x \in \mathbf{R}, h(x) \in (-\infty, 0)$,

$\therefore a \geq 0$

综上： $f(x)$ 是 $x \in \mathbf{R}$ 的单调递增函数， $a \geq 0$5分

(2) 当 $a = 0$ 时，令 $F(x) = f(x) + \sin x = e^x + \sin x + b$,

$f(x) + \sin x > 0$ 对 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立，即 $F(x) > 0$ 对 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立，

$F(x) = e^x + \sin x + b \geq e^x + b - 1 > b - 1$,

当 $b \geq 1$ 时， $F(x) > 0$ 恒成立，即 $f(x) + \sin x > 0$ 恒成立；

当 $b < 1$ ，令 $x = (2k - \frac{1}{2})\pi, F[(2k - \frac{1}{2})\pi] = e^{(2k-\frac{1}{2})\pi} + b - 1$,

$\exists k \in \mathbf{Z}, k < \frac{1}{2} \left(\frac{\ln(1-b)}{\pi} + \frac{1}{2} \right)$, 使 $F[(2k-1)\pi] = e^{(2k-1)\pi} + b - 1 < 0$,

此时 $F(x) > 0$ 不恒成立，即 $f(x) + \sin x > 0$ 不恒成立。

综上：当 $a = 0, f(x) + \sin x > 0$ 对 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立， $b \geq 1$12分

22. 解：(1) 由题意可得 C_1 的直角坐标方程为 $(x-3)^2 + y^2 = 9$,

其极坐标方程为 $\rho = 6\cos\theta$2分

设 Q 点的极坐标为 (ρ, θ) , 则对应的 P 点的极坐标为 $(\rho, \theta - \frac{\pi}{2})$

又点 P 在 C_1 上，所以 $\rho = 6\cos(\theta - \frac{\pi}{2}) = 6\sin\theta$

即 C_2 的极坐标方程为 $\rho = 6\sin\theta$ 5分

(2) 由题意知点 M 到射线 $\theta = \frac{\pi}{3}$ 的距离为 $d = 8\sin\frac{\pi}{6} = 4$,7分

由 (1) 知 C_1 的极坐标方程为 $\rho = 6\cos\theta$,

$$|AB| = |\rho_B - \rho_A| = 6\left(\sin\frac{\pi}{3} - \cos\frac{\pi}{3}\right) = 6\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}\right) = 3\sqrt{3} - 3, \quad \dots\dots\dots 9分$$

$$所以 S_{\Delta MAB} = \frac{1}{2}|AB| \cdot d = 6\sqrt{3} - 6 \quad \dots\dots\dots 10分$$

23. 解：(1) $f(x) = |2x+1| + 2|x-2| = |2x+1| + |2x-4| \geq |(2x+1) - (2x-4)| = 5$

当且仅当 $(2x+1)(2x-4) \leq 0$ 即 $-\frac{1}{2} \leq x \leq 2$2分

$f(x)_{\min} \geq |m-1| + |m+2|$ 即 $|m-1| + |m+2| \leq 5$

(1) 当 $m \leq -2$ 时, $1 - m - m - 2 \leq 5 \Rightarrow m \geq -3$ 所以 $-3 \leq m \leq -2$

(2) 当 $-2 < m < 1$ 时, $1 - m + m + 2 \leq 5 \Rightarrow 3 \leq 5$ 恒成立 所以 $-2 < m < 1$

(3) 当 $m \geq 1$ 时, $m - 1 + m + 2 \leq 5 \Rightarrow m \leq 2$ 所以 $1 \leq m \leq 2$

综上: $-3 \leq m \leq 2$5 分

(1) 证明: 由 (1) 可知 $f(x)_{\min} = 5$, 所以 $n = 5, 5a^2 + 3b^2 + 2c^2 = 10$

由柯西不等式可得: $[(\sqrt{5}a)^2 + (\sqrt{3}b)^2 + (\sqrt{2}c)^2](\sqrt{5}^2 + \sqrt{3}^2 + \sqrt{2}^2) \geq (5a + 3b + 2c)^2$

即 $10 \times 10 \geq (5a + 3b + 2c)^2$

所以: $|5a + 3b + 2c| \leq 10$ 当且仅当 $a = b = c = 1$ 时等号成立.....10 分



锦宏教育
Jinhong Education