

## 南充市高 2024 届高考适应性考试(二诊)

## 文科数学

## 第 I 卷(选择题)

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求。

1. 已知集合  $A = \{x | x^2 - 1 < 0\}$ ,  $B = \{x | 0 \leq x \leq 2\}$ , 则  $A \cup B =$  ( )

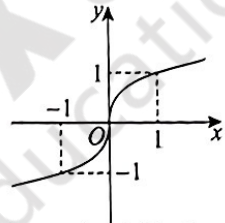
- A.  $(-1, 2]$       B.  $(-1, 2)$       C.  $[0, 1)$       D.  $[0, 2]$

2. 已知  $m, n$  是实数，则“ $mn < 0$ ”是“曲线  $mx^2 + ny^2 = 1$  是焦点在  $x$  轴的双曲线”的 ( )

- A. 充分不必要条件    B. 必要不充分条件    C. 充要条件    D. 既不充分也不必要条件

3. 已知函数  $f(x)$  的图象如图所示，则  $f(x)$  的解析式可能是 ( )

- A.  $y = x^{\frac{1}{2}}$       B.  $y = x^{-\frac{1}{2}}$   
C.  $y = x^3$       D.  $y = x^{\frac{1}{3}}$



4. 设  $m, n, l$  是三条不同的直线， $\alpha, \beta$  是两个不同的平面，则下列说法中正确的是 ( )

- A. 若  $l \perp m, l \perp n, m \subset \beta, n \subset \beta$ , 则  $l \perp \beta$     B. 若  $m \parallel \alpha, m \parallel n$ , 则  $n \parallel \alpha$   
C. 若  $m \parallel n, n \perp \beta, m \subset \alpha$ , 则  $\alpha \perp \beta$     D. 若  $m \parallel \beta, n \parallel \beta, m \subset \alpha, n \subset \alpha$ , 则  $\alpha \parallel \beta$

5. 已知角  $\alpha$  顶点在原点，始边与  $x$  轴的非负半轴重合，终边与单位圆相交于点

$P(-\frac{3}{5}, \frac{4}{5})$ , 则  $\cos(\alpha + \frac{\pi}{4}) =$  ( )

- A.  $-\frac{\sqrt{2}}{10}$       B.  $\frac{\sqrt{2}}{10}$       C.  $-\frac{7\sqrt{2}}{10}$       D.  $\frac{7\sqrt{2}}{10}$

6. 已知函数  $f(x) = \frac{3}{x}$ , 则函数  $y = f(x-1) + 1$  的图象 ( )

- A. 关于点  $(1, 1)$  对称      B. 关于点  $(-1, 1)$  对称  
C. 关于点  $(-1, 0)$  对称      D. 关于点  $(1, 0)$  对称

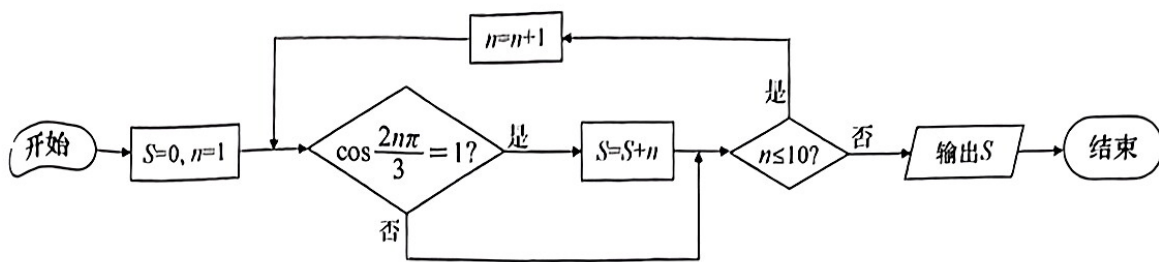
7. 若复数  $z = 2 + i$ , 且  $z$  和  $z^2$  在复平面内所对应的点分别为  $P, Q, O$  为坐标原点, 则  $\cos \angle POQ =$  ( )

- A.  $-\frac{\sqrt{5}}{5}$       B.  $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$       C.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$       D.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

8. 已知点  $P(x_0, y_0)$  为可行域  $\begin{cases} x+y < 6 \\ 4x-y > 0 \\ x, y \in N^* \end{cases}$  内任意一点，则  $x_0 - y_0 > 0$  的概率为 ( )

- A.  $\frac{1}{3}$       B.  $\frac{2}{3}$       C.  $\frac{4}{9}$       D.  $\frac{2}{9}$

· 执行下面的程序框图，则输出的  $S = ( \quad )$



- A.15                      B.18                      C.19                      D.20

10. 函数  $f(x) = x \sin x + \cos x$  在区间  $(-m, m)$  上有 3 个极值点，则  $m$  的取值范围为  $( \quad )$

- A.  $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$               B.  $[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$               C.  $(\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}]$               D.  $[\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2})$

11. 三棱锥  $A-BCD$  中， $AB = AC = AD = 4$ ， $BC = CD = DB = 6$ ， $P$  为  $\triangle BCD$  内部及边界上的动点， $AP = 2\sqrt{2}$ ，则点  $P$  的轨迹长度为  $( \quad )$

- A.  $\pi$                       B.  $2\pi$                       C.  $3\pi$                       D.  $4\pi$

12. 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$  的左右焦点分别为  $F_1, F_2$ 。过点  $F_1$  倾斜角为  $\theta$  的直线  $l$  与椭圆  $C$  相交于  $A, B$  两点 ( $A$  在  $x$  轴的上方)，则下列说法中正确的有  $( \quad )$  个。

- ①  $|AF_1| = \frac{3}{2 + \cos\theta}$               ②  $\frac{1}{|AF_1|} + \frac{1}{|BF_1|} = \frac{4}{3}$   
 ③ 若点  $M$  与点  $B$  关于  $x$  轴对称，则  $\triangle AMF_1$  的面积为  $\frac{9\sin 2\theta}{7 - \cos 2\theta}$   
 ④ 当  $\theta = \frac{\pi}{3}$  时， $\triangle ABF_2$  内切圆的面积为  $\frac{12\pi}{25}$

- A.1                      B.2                      C.3                      D.4

二. 填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡上.

13. 设  $\vec{a} = (-3, 4)$ ,  $\vec{b} = (-m, m + 1)$ ,  $\vec{a} \parallel \vec{b}$ , 则  $m = \underline{\hspace{2cm}}$

14. 已知  $x, y$  是实数,  $x > 0, y > 0$ , 且  $x + y = 4$ , 则  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$  的最小值为  $\underline{\hspace{2cm}}$

15. 在  $\triangle ABC$  中,  $a, b, c$  分别为内角  $A, B, C$  的对边. 已知  $a = 2$ ,  $2\sin B + 2\sin C = 3\sin A$ . 则  $\cos A$  的最小值为  $\underline{\hspace{2cm}}$

16. “曼哈顿距离”是人脸识别中一种重要的测距方式. 其定义如下:

设  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$  是坐标平面内的两点, 则  $A, B$  两点间的曼哈顿距离为  $d(A, B) = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$ .

在平面直角坐标系中  $xOy$  中, 下列说法中正确说法的序号为  $\underline{\hspace{2cm}}$

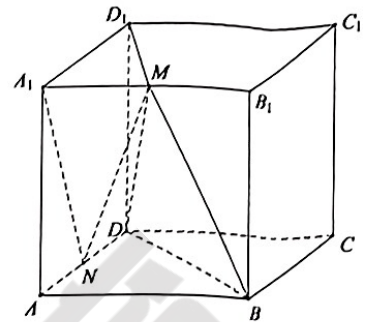
- ①. 若  $A(2, 3)$ ,  $B(-3, 2)$ , 则  $d(A, B) = 6$ ;  
 ②. 若  $O$  为坐标原点, 且动点  $P$  满足:  $d(O, P) = 1$ , 则  $P$  的轨迹长度为 4;  
 ③. 设  $M(a, b)$  是坐标平面内的定点, 动点  $N$  满足:  $d(M, N) = 2$ , 则  $N$  的轨迹是以点  $(a + 2, b)$ ,  $(a - 2, b)$ ,  $(a, b + 2)$ ,  $(a, b - 2)$  为顶点的正方形;  
 ④. 设  $R(1, 1)$ ,  $Q(|x|, |y|)$ ,  $d(R, Q) \leq 1$ , 则动点  $(x, y)$  构成的平面区域的面积为 10.



三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17—21 题必考题，每个试题考生必须作答。第 22、23 题为选考题，考试根据要求作答。

(一)必考题：共 60 分。

17. 如图，在直四棱柱  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中，底面  $ABCD$  是菱形，  
 $AB = AA_1 = 4$ ， $M, N$  分别为  $A_1B_1, AD$  的中点。

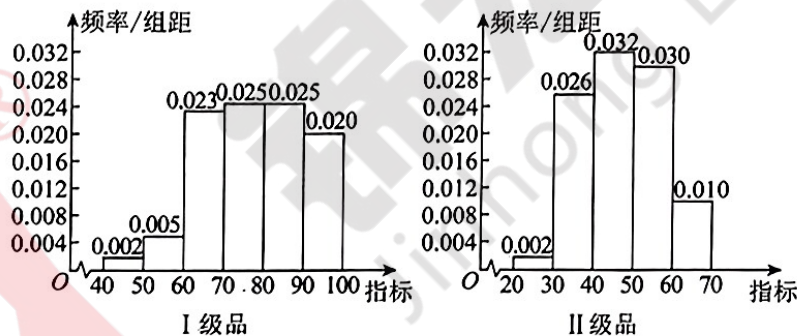


- (1). 求证： $A_1N \parallel$  平面  $BDM$ ；
- (2). 若  $\angle BAD = 60^\circ$ ，求证：平面  $A_1MN \perp$  平面  $DD_1M$ 。

18. 在数列  $\{a_n\}$  中， $S_n$  是其前  $n$  项和，且  $3S_n - a_n = 64$ 。

- (1). 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式；
- (2). 若  $\forall n \in N_+, \lambda - 1 < S_n \leq 4\lambda + 4$  恒成立，求  $\lambda$  的取值范围。

19. 已知某科技公司的某型号芯片的各项指标经过全面检测后，分为 I 级和 II 级，两种品级芯片的某项指标的频率分布直方图如图所示：



若只利用该指标制定一个标准，需要确定临界值  $K$ ，将该指标大于  $K$  的产品应用于  $A$  型手机，小于或等于  $K$  的产品应用于  $B$  型手机。假设数据在组内均匀分布，以事件发生的频率作为相应事件发生的概率。

- (1) 若临界值  $K = 60$ ，请估计该公司生产的 1000 个该型号芯片 I 级品和 1000 个 II 级品中应用于  $A$  型手机的芯片个数；
- (2) 设  $K = x$  且  $x \in [50, 55]$ ，现有足够多的芯片 I 级品、II 级品，分别应用于  $A$  型手机、 $B$  型手机各 1 万部的生产：

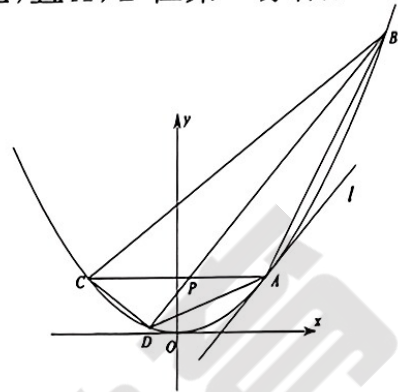
方案一：直接将该芯片 I 级品应用于  $A$  型手机，其中该指标小于等于临界值  $K$  的芯片会导致芯片生产商每部手机损失 800 元；直接将该芯片 II 级品应用于  $B$  型手机，其中该指标大于临界值  $K$  的芯片，会导致芯片生产商每部手机损失 400 元；

方案二：重新检测芯片 I 级品，II 级品的该项指标，并按规定正确应用于手机型号，会避免方案一的损失费用，但检测费用共需要 130 万元；

请求出按方案一，芯片生产商损失费用的估计值  $f(x)$  (单位：万元) 的表达式，并从芯片生产商的成本考虑，选择合理的方案。

20. 如图，已知四边形  $ABCD$  的四个顶点都在抛物线  $x^2 = 4y$  上，且  $A, B$  在第一象限， $AC \parallel x$  轴，抛物线在点  $A$  处的切线为  $l$ ，且  $BD \parallel l$ 。

- (1). 设直线  $CB, CD$  的斜率分别为  $k$  和  $k'$ ，求  $k+k'$  的值；
- (2). 若  $\tan \angle BCA = 2$ ，证明  $\triangle ABD$  的面积为定值。



21. 设函数  $f(x) = \frac{x-2}{x+2}e^x$ ,  $g(x) = \frac{2e^x - mx - m}{x^2}$ .

- (1). 求函数  $f(x)$  的单调性区间；
- (2). 设  $0 \leq m < 2$ ，证明函数  $g(x)$  在区间  $(0, +\infty)$  上存在最小值  $A$ ，且  $1 < A \leq \frac{e^2}{2}$ 。

(二) 选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题记分。

22. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，以  $O$  为极点， $x$  轴非负半轴为极轴建立极坐标系。已知曲线  $C$  的极坐标方程为  $\rho = 4\sin\theta$ 。

- (1). 求曲线  $C$  在直角坐标系中的普通方程；
- (2). 已知  $P(1, 2)$ ，直线  $l: x + y = 3$  与曲线  $C$  交于  $A, B$  两点，求  $\vec{PA}^2 + \vec{PB}^2 + \vec{PA} \cdot \vec{PB}$  的值。

23. 已知函数  $f(x) = |2x - 2| + |2x - a|$ 。

- (1). 当  $a = -2$  时，画出  $f(x)$  的图象，并根据图象写出函数  $f(x)$  的值域；
- (2). 若关于  $x$  的不等式  $f(x) + 2a \leq a^2$  有解，求  $a$  的取值范围。

