工作秘密 严禁外传
擅自泄露 严肃追责

成都市2021级高中毕业班第二次诊断性检测

数　学(理科)

本试卷分选择题和非选择题两部分。第Ⅰ卷(选择题)1至2页,第Ⅱ卷(非选择题)3至4页,共4页,满分150分,考试时间120分钟。

注意事项:

1. 答题前,务必将自己的姓名、考籍号填写在答题卡规定的位置上。
2. 答选择题时,必须使用2B铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦擦干净后,再选涂其它答案标号。
3. 答非选择题时,必须使用0.5毫米黑色签字笔,将答案书写在答题卡规定的位置上。
4. 所有题目必须在答题卡上作答,在试题卷上答题无效。
5. 考试结束后,只将答题卡交回。

第Ⅰ卷　(选择题,共60分)

一、选择题:本大题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 设复数 $z=\frac{i}{1+i}$(i为虚数单位),则 $|z|=$

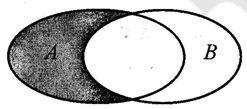
(A) $\frac{1}{2}$　　(B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　(C) 1　　(D) $\sqrt{2}$

2. 命题"$\forall x>1,\ln x<x$"的否定形式是

(A) $\exists x_0\leqslant 1,\ln x_0\geqslant x_0$　　(B) $\forall x\leqslant 1,\ln x<x$

(C) $\exists x_0>1,\ln x_0\geqslant x_0$　　(D) $\forall x>1,\ln x\geqslant x$

3. 如图,已知集合 $A=\{x\mid \log_2 x<1\}$,$B=\{x\mid x<1\}$,则阴影部分表示的集合为



(A) $(1,2)$　　(B) $[1,2)$　　(C) $(0,1]$　　(D) $(0,1)$

4. 对变量 x,y 有观测数据 $(x_i,y_i)(i\in\mathbf{N}^*)$,得散点图1;对变量 u,v 有观测数据 $(u_i,v_i)(i\in\mathbf{N}^*)$,得散点图2. r_1 表示变量 x,y 之间的线性相关系数,r_2 表示变量 u,v 之间的线性相关系数,则下列说法正确的是

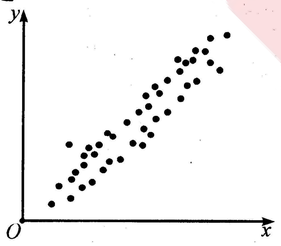


图1

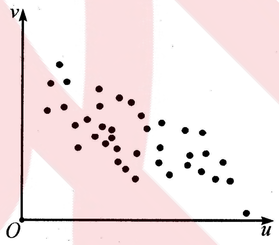


图2

(A)变量 x 与 y 呈现正相关,且 $|r_1|<|r_2|$　　(B)变量 x 与 y 呈现负相关,且 $|r_1|>|r_2|$

(C)变量 x 与 y 呈现正相关,且 $|r_1|>|r_2|$　　(D)变量 x 与 y 呈现负相关,且 $|r_1|<|r_2|$

5. 在平面直角坐标系 xOy 中,角 α 的顶点与坐标原点重合,始边与 x 轴的非负半轴重合,终边经过点 $P(1,2)$,则 $\sin 2\alpha$ 的值为

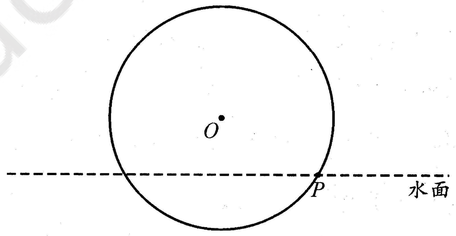
(A) $\frac{4}{5}$　　(B) $-\frac{4}{5}$　　(C) $\frac{3}{5}$　　(D) $-\frac{3}{5}$

6. 已知函数 $f(x)=2^{ax^2-x+1}$ 的值域为 M.若 $(1,+\infty)\subseteq M$,则实数 a 的取值范围是

(A) $(-\infty,\frac{1}{4}]$　　(B) $[0,\frac{1}{4}]$

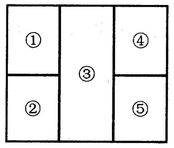
(C) $(-\infty,-\frac{1}{4}]\cup[\frac{1}{4},+\infty)$　　(D) $[\frac{1}{4},+\infty)$

7. 筒车亦称"水转筒车",是一种以水流作动力,取水灌田的工具,唐陈廷章《水轮赋》:"水能利物,轮乃曲成.升降满农夫之用,低徊随匠氏之程.始崩腾以电散,俄宛转以风生.虽破浪于川湄,善行无迹;既斡流于波面,终夜有声."如图,一个半径为4m的筒车按逆时针方向每分钟转一圈,筒车的轴心 O 距离水面的高度为2m.在筒车转动的一圈内,盛水筒 P 距离水面的高度不低于4m的时间为



(A) 9秒　　(B) 12秒　　(C) 15秒　　(D) 20秒

8. 现有四种不同的颜色要对如图形中的五个部分进行着色,其中任意有公共边的两块着不同颜色的概率为



(A) $\frac{144}{625}$　　(B) $\frac{64}{125}$　　(C) $\frac{9}{64}$　　(D) $\frac{3}{64}$

9. 已知向量 $\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2$ 是平面 α 内的一组基向量,O 为 α 内的定点,对于 α 内任意一点 P,当 $\overrightarrow{OP}=x\boldsymbol{e}_1+y\boldsymbol{e}_2$ 时,称有序实数对 (x,y) 为点 P 的广义坐标.若点 A,B(均不与 O 重合)的广义坐标分别为 $(x_1,y_1),(x_2,y_2)$,则"$\overrightarrow{OA}\perp\overrightarrow{OB}$"是"$x_1x_2+y_1y_2=0$"的

(A) 充分不必要条件　　(B)必要不充分条件

(C) 充要条件　　(D)既不充分也不必要条件

10. 已知点 P 是椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 上的动点,若 P 到 x 轴与 y 轴的距离之和的范围是 $[3,5]$,则椭圆 C 的离心率为

(A) $\frac{3}{5}$　　(B) $\frac{4}{5}$　　(C) $\frac{3}{4}$　　(D) $\frac{\sqrt{7}}{4}$

11. 在所有棱长均相等的直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,$\angle BAD=60^\circ$,点 P 在四边形 AA_1B_1B 内(含边界)运动.当 $C_1P=\frac{\sqrt{7}}{2}CC_1$ 时,点 P 的轨迹长度为 $\frac{2\pi}{3}$,则该四棱柱的表面积为

(A) $16+4\sqrt{3}$　　(B) $8+2\sqrt{3}$　　(C) $4+\sqrt{3}$　　(D) $4\sqrt{3}$

12. 已知 P 是抛物线 $C:x^2=4y+20$ 上任意一点,若过点 P 作圆 $O:x^2+y^2=4$ 的两条切线,切点分别记为 A,B,则劣弧 AB 长度的最小值为

(A) $\frac{\pi}{3}$　　(B) $\frac{2\pi}{3}$　　(C) π　　(D) $\frac{4\pi}{3}$

第Ⅱ卷 （非选择题，共 90 分）

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 把答案填在答题卡上.

13. 一个几何体的三视图的正视图是三角形，则这个几何体可以是_____.（写出一个你认为正确的答案即可）

14. 已知函数 $f(x)=3x-\sin x$，若 $f(a)+f(a^2-2)>0$，则实数 a 的取值范围为_____.

15. 平面四边形 $ABCD$ 中，$BC=CD=2$，$\frac{AB}{BD}=\frac{3}{4}$，$\angle ABD=90^\circ$，则 AC 的最大值为_____.

16. 已知函数 $f(x)=\log_6(2^x+3^x)$，$g(x)=\log_3(6^x-2^x)$. 给出下列四个结论：

① $f(\frac{1}{2})<g(\frac{1}{2})$；

②存在 $x_0\in(0,1)$，使得 $f(x_0)=g(x_0)=x_0$；

③对于任意的 $x\in(1,+\infty)$，都有 $f(x)<g(x)$；

④对于任意的 $x\in(0,+\infty)$，都有 $|x-f(x)|\leqslant|g(x)-x|$.

其中所有正确结论的序号是_____.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（本小题满分 12 分）

记 $S_n(x)=x+x^2+x^3+\cdots+x^n-2(x\in\mathbf{R},n\in\mathbf{N}^*)$.

（Ⅰ）当 $x=2$ 时，$S_n(2)$ 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）记 $S'_{2024}(x)$ 是 $S_{2024}(x)$ 的导函数，求 $S'_{2024}(2)$.

18.（本小题满分 12 分）

某省举办了一次高三年级化学模拟考试，其中甲市有 10000 名学生参考. 根据经验，该省及各市本次模拟考试成绩（满分 100 分）都近似服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$.

（Ⅰ）已知本次模拟考试甲市平均成绩为 65 分，87 分以上共有 228 人. 甲市学生 A 的成绩为 76 分，试估计学生 A 在甲市的大致名次；

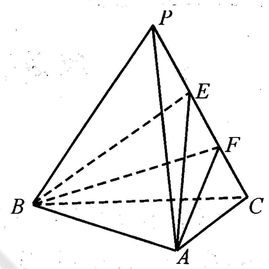
（Ⅱ）在该省本次模拟考试的参考学生中随机抽取 40 人，记 X 表示在本次考试中化学成绩在 $(\mu-3\sigma,\mu+3\sigma)$ 之外的人数，求 $P(X\geqslant1)$ 的概率及 X 的数学期望.

参考数据：$0.9974^{40}\approx0.9011$

参考公式：若 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，有 $P(\mu-\sigma<X\leqslant\mu+\sigma)=0.6826$，

$P(\mu-2\sigma<X\leqslant\mu+2\sigma)=0.9544$，$P(\mu-3\sigma<X\leqslant\mu+3\sigma)=0.9974$.

19.（本小题满分 12 分）



如图，在正四面体 $P-ABC$ 中，E,F 是棱 PC 的两个三等分点.

（Ⅰ）证明：$AB\perp PC$；

（Ⅱ）求出二面角 $P-AB-E$，$E-AB-F$，$F-AB-C$ 的平面角中最大角的余弦值.

20.（本小题满分 12 分）

已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{5}=1(a>0)$ 的左、右顶点分别为 A,B，右焦点为 F. 过点 F 的直线与双曲线 C 相交于 M,N 两点，点 M 关于 x 轴的对称点为 S，且直线 AM,BS 的斜率之积为 $-\frac{5}{4}$.

（Ⅰ）求双曲线 C 的标准方程；

（Ⅱ）直线 BM,BN 分别与直线 $x=1$ 相交于 P,Q 两点，求证：以 PQ 为直径的圆经过定点，并求出定点的坐标.

21.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=2ae^x-\sqrt{x}$.

（Ⅰ）当 $a=\frac{1}{8}$ 时，判断 $f(x)$ 的零点个数并说明理由；

（Ⅱ）若存在 $b\in(0,+\infty)$，使得当 $x\in(b,b+2024)$ 时，$f(x)>e^x-a\ln(x+1)+2a-1$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.

请考生在第 22，23 题中任选择一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分. 作答时，用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应的标号涂黑.

22.（本小题满分 10 分）选修 4—4：坐标系与参数方程

在平面直角坐标系 xOy 中，已知曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=2+\cos\alpha,\\ y=\sin\alpha\end{cases}$（$\alpha$ 为参数）.

（Ⅰ）求曲线 C 的普通方程；

（Ⅱ）以坐标原点 O 为极点，x 轴非负半轴为极轴建立极坐标系. 若 A 为曲线 C 上任意一点，将 OA 逆时针旋转 90° 得到 OB，求线段 AB 中点 M 的轨迹的极坐标方程.

23.（本小题满分 10 分）选修 4—5：不等式选讲

已知函数 $f(x)=|x+a|+b$，不等式 $f(x)<4$ 的解集为 $\{x|0<x<6\}$.

（Ⅰ）求实数 a,b 的值；

（Ⅱ）函数 $f(x)$ 的最小值为 t，若正实数 m,n,p 满足 $m+2n+3p=t$，求 $\frac{1}{m+2p}+\frac{1}{2n+p}$ 的最小值.

成都市2021级高中毕业班第二次诊断性检测
数学（理科）答题卡

姓名		座位号	

考籍号 □□□□□□□□□□□□□□

贴条形码区
（正面朝上切勿贴出虚线框外）

考生禁填

缺考标记 ▭

缺考考生由监考员贴条形码，并用2B铅笔填涂上面的缺考标记。

注意事项

1. 答题前，考生务必先认真核对条形码上的姓名、考籍号和座位号，无误后将本人姓名、考籍号和座位号填写在相应位置，同时将背面左上角相应的座位号涂黑。
2. 选择题填涂时，必须使用2B铅笔按 ▬ 图示规范填涂；非选择题必须使用0.5毫米的黑色墨迹签字笔作答；作图题可先用铅笔绘出，确认后再用0.5毫米黑色墨迹签字笔描清楚。
3. 必须在题目所指示的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效，在草稿纸、试题卷上答题无效。
4. 保持答题卡清洁、完整、严禁折叠，严禁使用涂改液和修正带。

第Ⅰ卷(选择题，共60分)　（考生须用2B铅笔填涂）

1 [A] [B] [C] [D]	5 [A] [B] [C] [D]	9 [A] [B] [C] [D]
2 [A] [B] [C] [D]	6 [A] [B] [C] [D]	10 [A] [B] [C] [D]
3 [A] [B] [C] [D]	7 [A] [B] [C] [D]	11 [A] [B] [C] [D]
4 [A] [B] [C] [D]	8 [A] [B] [C] [D]	12 [A] [B] [C] [D]

第Ⅱ卷(非选择题，共90分)　（考生须用0.5毫米的黑色墨迹签字笔书写）

13._____　14._____　15._____　16._____

17.

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

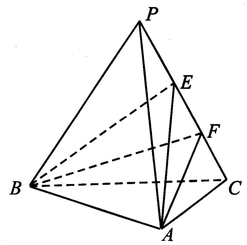
请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

18.

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

19.



请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

锦宏教育 Jinhong Education

座位号（请用2B铅笔填涂）	[01] [02] [03] [04] [05] [06] [07] [08] [09] [10] [11] [12] [13] [14] [15]
	[16] [17] [18] [19] [20] [21] [22] [23] [24] [25] [26] [27] [28] [29] [30]

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

20.

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

21.

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

请在各题规定的黑色矩形区域内答题，超出该区域的答案无效！

第Ⅱ卷【选考题】 以下为选考题，每个答题区只允许选答一题，答题前，请考生务必将所选题号用2B铅笔涂黑。

22 23

请考生从22、23二题中任选一题做答，并用2B铅笔将所选题号涂黑，多涂、错涂、漏涂均不给分，如果多做，则按所做的第一题计分。

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

请在各题规定的黑色矩形区域内答题，超出该区域的答案无效！

锦宏教育 Jinhong Education