泸州市高 2021 级第二次教学质量诊断性考试

数　学（文科）参考答案及评分意见

评分说明：

1．本解答给出了一种或几种解法供参考，如果考生的解法与本解答不同，可根据试题的主要考查内容比照评分参考制订相应的评分细则．

2．对计算题，当考生的解答在某一步出现错误时，如果后继部分的解答未改变该题的内容和难度．可视影响的程度决定后继部分的给分，但不得超过该部分正确解答应得分数的一半；如果后继部分的解答有较严重的错误，就不再给分．

3．解答右侧所注分数，表示考生正确做到这一步应得的累加分数．

4．只给整数分数，选择题和填空题不给中间分．

一、选择题：

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	A	A	C	D	C	C	B	D	D	B	D	D

二、填空题：

13．1；　　14．$\frac{13}{2}$；　　15．$[0,+?)$；　　16．$\frac{\sqrt{2}}{4}$．

三、解答题：

17．解：（I）当 $n=1$ 时，$S_1=\frac{3}{2}(a_1-1)=a_1$，……………………………………1 分

所以 $a_1=3$，……………………………………2 分

当 $n\geqslant 2$ 时，$S_n=\frac{3}{2}(a_n-1)$，$S_{n-1}=\frac{3}{2}(a_{n-1}-1)$，……………………………………3 分

所以 $S_n-S_{n-1}=\frac{3}{2}(a_n-1)-\frac{3}{2}(a_{n-1}-1)$，……………………………………4 分

整理得 $a_n=3a_{n-1}$，……………………………………5 分

所以数列 $\{a_n\}$ 是以 3 为首项，公比为 3 的等比数列，

所以数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=3^n$；……………………………………6 分

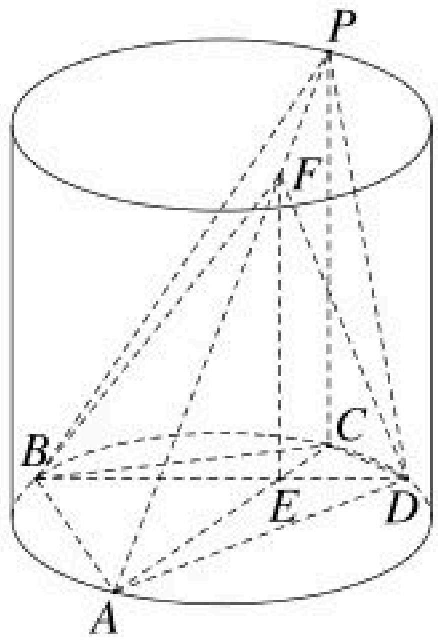
（II）因为 $a_n=3^n$，$a_{n+1}=3^{n+1}$，由题意得：

$3^{n+1}=3^n+(n+1)\frac{3^n}{50}$，……………………………………9 分

所以 $n=99$．……………………………………12 分

18．解：(I) 因为 $AB=AD$， AC 为底面圆的直径，

所以 AC ^ BD， ……………………………………………1 分



因为 PC 为圆柱的母线，

所以 BD ^ PC， 且 $PC\cap PA=P$， ………………………3 分

所以 BD ^ 平面 PAC， 又 PA Ì 平面 PAC， …………4 分

所以 AP ^ BD； ……………………………………………5 分

(Ⅱ) 在 Rt△ABC 中，因为 $AC=4$， $BC=2$，

所以 $AB=2\sqrt{3}$， ? BAC　30°， 设 $AC\cap BD=E$， ……………………………6 分

所以在 Rt△ABE 中， $AE=3$， ………………………………………………………7 分

所以 $\dfrac{CE}{EA}=\dfrac{1}{3}$， 又因为 $\dfrac{PF}{FA}=\dfrac{1}{3}$， ……………………………………………………8 分

连接 EF， 可得： PC // EF， ……………………………………………………9 分

又因为 PC 在平面 BDF 外，从而 PC // 平面 BDF， ……………………………10 分

因为 CE ^ BD， CE ^ EF， 且 BD， EF 相交，所以 CE ^ 平面 BDF， ……11 分

所以 $V_{PBDF}=V_{C-BDF}=\dfrac{1}{3}$鬃$\dfrac{1}{2}$ BD鬃EF $CE=\dfrac{1}{3}$鬃$\dfrac{1}{2}$ $2\sqrt{3}$鬃 $1=\sqrt{3}$． ……………… 12 分

19．解：(Ⅰ) 根据频率分布直方图知，

$\bar{x}=(45\times0.012+55\times0.016+65\times0.020+75\times0.024+85\times0.018+95\times0.010)\times10$

$=70$，

所以此次满意度调查中物业所得的平均分值为 70 分； …………………………4 分

(Ⅱ) 由 (Ⅰ) 及已知得 2×2 列联表如下：

类别	不满意	满意	总计
男	18	32	50
女	30	20	50
总计	48	52	100

K^2 的观测值为：$K^2=\dfrac{100\times(30\times32-18\times20)^2}{50\times50\times48\times52}=\dfrac{75}{13}\approx5.769>3.841$，…………7 分

所以有 95%的把握认为“学生满意度与性别有关”；…………8 分

（III）由（II）知满意度分值低于 70 分的学生有 48 位，其中男生 18 位，女生 30 位，用分层抽样方式抽取 8 位学生，其中男生 3 位，女生 5 位，记男生为 a，b，c，记女生为 1，2，3，4，5，从中随机抽取两位的事件有：bc，$b1$，$b2$，$b3$，$b4$，ab，ac，$a1$，$a2$，$a3$，$a4$，$a5$，$b5$，$c1$，$c2$，$c3$，$c4$，$c5$，12，13，14，15，23，24，25，34，35，45，共计 28 个基本事件，…………9 分

其中抽到男女各一人有：

$a1$，$a2$，$a3$，$a4$，$a5$，$b1$，$b2$，$b3$，$b4$，$b5$，$c1$，$c2$，$c3$，$c4$，$c5$，

共 15 个基本事件，…………10 分

所以恰好抽到男女生各一人的概率为 $P=\dfrac{15}{28}$．…………12 分

20．解：（I）令 $x=0$，则 $f(0)=2$，…………1 分

因为 $f'(x)=6x^2-2ax$，…………2 分

令 $x=0$，则 $f'(0)=0$，…………3 分

所以曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,f(0))$ 处的切线方程 $y=2$；…………4 分

（II）因为 $f'(x)=6x^2-2ax=2x(3x-a)=6x(x-\dfrac{a}{3})$，且 $a>0$，…………5 分

所以：当 $0<x<\dfrac{a}{3}$，$f'(x)<0$，函数单调递减，…………6 分

当 $x<0$ 或 $x>\dfrac{a}{3}$ 时，$f'(x)>0$，函数单调递增；…………7 分

不妨令 $g(x)=|f(x)|$，

① 当 $\dfrac{a}{3}\geqslant1$，即 $a\geqslant3$ 时，$f(x)$ 在 $[-1,0]$ 单调递增，在 $[0,1]$ 单调递减，

且 $f(-1)=-a\leqslant -3$， $f(0)=2$， $f(1)=4-a\leqslant 1$，

所以 $g(x)_{\max}=|f(x)|_{\max}=\max\{a,2,|4-a|\}\geqslant 3$，此时符合题意；……………………9 分

② 当 $0<\frac{a}{3}<1$，即 $0<a<3$ 时，$f(x)$ 在 $[-1,0]$ 和 $[\frac{a}{3},1]$ 单调递增，在 $[0,\frac{a}{3}]$ 单调递减，

显然 $f(x)$ 在 $x=\frac{a}{3}$ 处取得极小值，此时极小值为 $f(\frac{a}{3})=2-\frac{a^3}{27}>0$，

而 $f(-1)=-a\in(-3,0)$， $f(0)=2$， $f(1)=4-a>0$，

所以 $g(x)_{\max}=|f(x)|_{\max}=\max\{a,2,4-a\}$，………………………………………… 10 分

要使 $g(x)_{\max}\geqslant 3$，则必有 $4-a\geqslant 3$，解得 $a\leqslant 1$，故 $0<a\leqslant 1$，…………………11 分

综上：a 的取值范围是 $(0,1]\cup[3,+\infty)$．………………………………………………12 分

21．解：(I) 因为点 F 的坐标为 $(\frac{p}{2},0)$，点 $M(\frac{7p}{2},0)$，

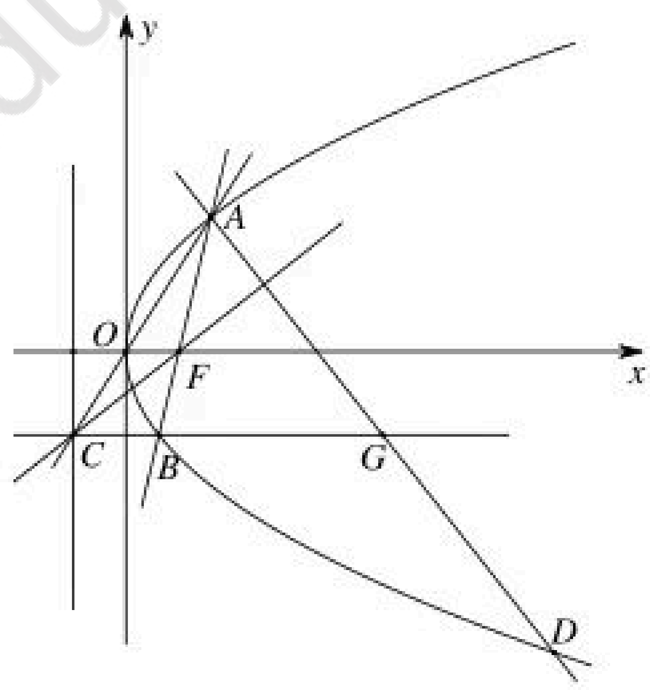
$|PF|=|PM|$，………………………………………1 分

所以点 P 的横坐标为 $2p$，…………………………2 分

根据抛物线的定义得：

$|PF|=2p+\frac{p}{2}=5$，所以 $p=2$，……………………3 分

H 的方程为 $y^2=4x$；………………………………4 分



(Ⅱ) 点 F 的坐标为 $(1,0)$，设直线 l 的方程为：$x=my+1$，代入 H 方程消去 x 整理得：

$y^2-4my-4=0$，

设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则 $y_1+y_2=4m$，$y_1y_2=-4$，………………………………5 分

H的准线为：$x=-1$，因为直线 BC 平行于 x 轴，

所以点 C 的坐标为 $C(-1,y_2)$，………………………………………………………………6 分

直线 CF 的斜率为 $k_{CF}=-\dfrac{y_2}{2}$，所以直线 AD 的斜率为 $\dfrac{2}{y_2}$，…………………………7 分

其方程为 $y-y_1=\dfrac{2}{y_2}(x-x_1)$，………………………………………………………………8 分

因为点 G 的纵坐标为 y_2，

所以点 G 的横坐标为 $x_G=x_1+\dfrac{1}{2}y_2^{\ 2}+2=x_1+2x_2+2$，…………………………………9 分

所以 $\dfrac{|GB|}{|GC|}=\dfrac{x_1+2x_2+2-x_2}{x_1+2x_2+2+1}=\dfrac{x_1+x_2+2}{x_1+2x_2+3}=\dfrac{x_1^{\ 2}+2x_1+1}{x_1^{\ 2}+3x_1+2}$

$=\dfrac{x_1+1}{x_1+2}=1-\dfrac{1}{x_1+2}$，………………………………………………………………………11 分

因为 $x_1>0$，所以 $\dfrac{1}{2}<1-\dfrac{1}{x_1+2}<1$，

即 $\dfrac{|GB|}{|GC|}$ 的取值范围是 $(\dfrac{1}{2},1)$．…………………………………………………… 12 分

22. 解：(I)将 $\rho^2=x^2+y^2$，$\rho\cos\theta=x$，$\rho\sin\theta=y$ 代入 C 的极坐标方程 $\rho^2-2\rho\cos\theta-2\rho\sin\theta-2=0$

中，…………………………………………………………………………………………………2 分

得曲线 C 的直角坐标方程为 $x^2+y^2-2x-2y-2=0$，…………………………………4 分

即 $(x-1)^2+(y-1)^2=4$；………………………………………………………………………5 分

(II) 点 $P(2,2)$ 在直线 l 上，将直线 l 的参数方程 $\begin{cases}x=2+t\cos\alpha\\ y=2+t\sin\alpha\end{cases}$（$t$ 为参数）代入曲线 C 的方程，

整理得 $t^2+2(\cos\alpha+\sin\alpha)t-2=0$，……………………………………………………6 分

满足 $\Delta=4(\sin\alpha+\cos\alpha)^2+4>0$，

设点 A，B 对应的参数分别为 t_1，t_2，则

$t_1+t_2=-2(\cos\alpha+\sin\alpha)$，$t_1+t_2=-2<0$，…………………………………………7 分

由参数 t 的几何意义，不妨令 $|t_1|=|PA|$，$|t_2|=|PB|$，

所以 $|PA|+|PB|=|t_1|+|t_2|=|t_1-t_2|=\sqrt{(t_1+t_2)^2-4t_1t_2}=\sqrt{4\sin 2\alpha+12}$，……………8 分

当 $|PA|+|PB|=2\sqrt{2}$ 时，

$\sin 2\alpha=-1$，所以 $\alpha=k\pi-\dfrac{\pi}{4}(k\in\mathbf{Z})$，……………9 分

所以直线 l 的倾斜角为 $\dfrac{3\pi}{4}$．……………10 分

23．解：（I）当 $a=2$ 时，$f(x)=|x+2|-2|x-1|=\begin{cases}x-4, x\leqslant -2\\ 3x, -2<x<1\\ -x+4, x\geqslant 1\end{cases}$，……………1 分

不等式 $f(x)\leqslant 0$ 等价于 $\begin{cases}x\leqslant -2\\ x-4\leqslant 0\end{cases}$ 或 $\begin{cases}-2<x<1\\ 3x\leqslant 0\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x\geqslant 1\\ -x+4\leqslant 0\end{cases}$，……………4 分

解得 $x\leqslant 0$ 或 $x\geqslant 4$，不等式解集为 $(-\infty,0]\cup[4,+\infty)$；……………5 分

（II）当 $a=-1$ 时，$f(x)=|x+2|+|x-1|\geqslant|x+2-(x-1)|=3$，……………6 分

所以 $a^2+b^2+4c^2=3$，

由柯西不等式知：$(1^2+1^2+1^2)(a^2+b^2+4c^2)\geqslant(a+b+2c)^2$，……………7 分

又 a，b，c 均为正数，即 $(a+b+2c)^2\leqslant 3\times 3$，……………8 分

当且仅当 $a=b=2c=1$ 时，等号成立，此时 $a=b=1$，$c=\dfrac{1}{2}$，……………9 分

所以 $a+b+2c$ 的最大值为 3．……………10 分