

## 泸州市高 2021 级第二次教学质量诊断性考试

## 数 学 (文科)

本试卷分第 I 卷 (选择题) 和第 II 卷 (非选择题) 两部分. 第 I 卷 1 至 2 页, 第 II 卷 3 至 4 页, 共 150 分. 考试时间 120 分钟.

## 注意事项:

1. 答题前, 先将自己的姓名、准考证号填写在试卷和答题卡上, 并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置.
2. 选择题的作答: 每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题的答案标号涂黑.
3. 填空题和解答题的作答: 用签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内, 作图题可先用铅笔绘出, 确认后再用 0.5 毫米黑色签字笔描清楚, 写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效.
4. 考试结束后, 请将本试题卷和答题卡一并上交.

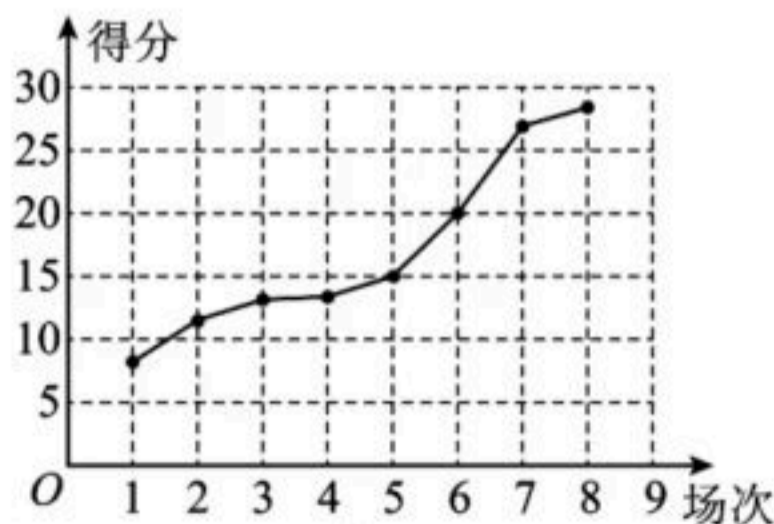
## 第 I 卷 (选择题 共 60 分)

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 已知全集  $U = \{x | x + 2 > 0\}$ , 集合  $A = \{x | x \geq 1\}$ , 则  $\complement_U A =$ 
  - A.  $(-2, 1)$
  - B.  $(-2, 1]$
  - C.  $(-\infty, 1]$
  - D.  $(-\infty, 1)$
2. 已知  $z = \frac{a-i}{1+2i}$  为纯虚数, 则实数  $a$  的值为
  - A. 2
  - B. 1
  - C. -1
  - D. -2
3. 在  $\triangle ABC$  中, “ $A > B$ ”是“ $\sin A > \sin B$ ”的
  - A. 充分不必要条件
  - B. 必要不充分条件
  - C. 充要条件
  - D. 既不充分也不必要条件
4. 在某校高中篮球联赛中, 某班甲、乙两名篮球运动员在 8 场比赛中的单场得分用茎叶图表示 (如图一), 茎叶图中甲的得分有部分数据丢失, 但甲得分的折线图 (如图二) 完好, 则下列结论正确的是

甲	乙
9	9
3 2	4 5 8 9 7 6
8 6 0	0

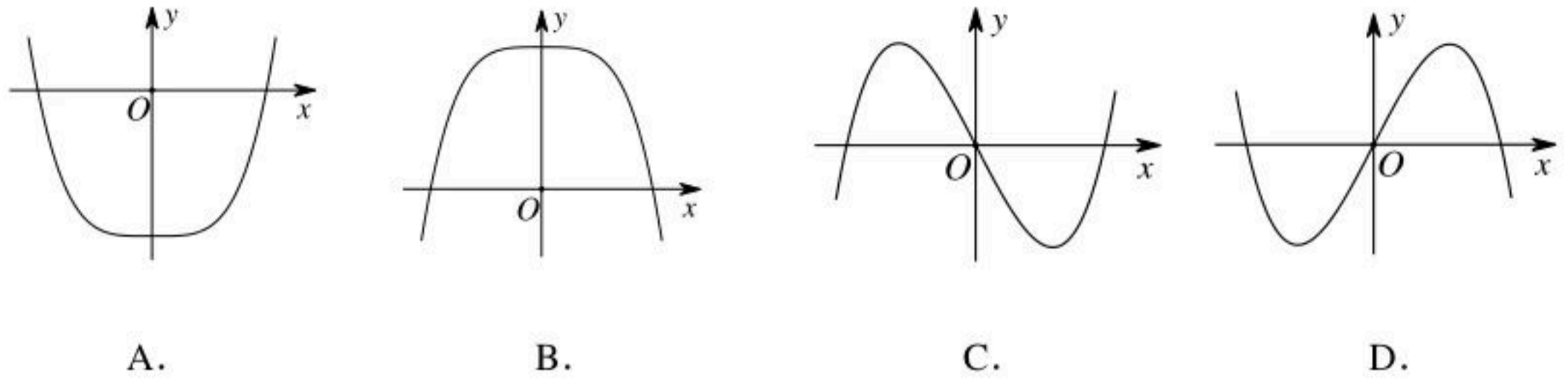
图一



图二

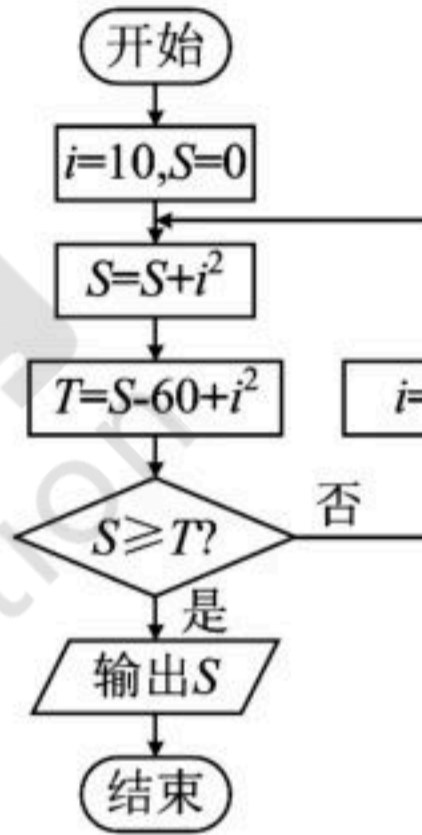
- A. 甲得分的极差是 18
- B. 甲的单场平均得分比乙低
- C. 甲得分更稳定
- D. 乙得分的中位数是 16.5

5. 函数  $f(x) = (e^{-x} - e^x)\cos x$  的部分图象大致为



6. 执行如图所示的程序框图，输出的  $S$  的值为

- A. 250    B. 240  
C. 200    D. 190



7. 已知点  $P$  在椭圆  $C: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1$  上,  $C$  的左焦点为  $F$ , 若线段  $PF$  的中点在以原点  $O$  为圆心,  $|OF|$  为半径的圆上, 则  $|PF|$  的值为

- A. 2   B. 4  
C. 6   D. 8

8. 已知函数  $f(x) = \sin 2x + b \cos 2x$  的图象关于直线  $x = \frac{\pi}{8}$  对称, 则  $b$  的值为

- A.  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$     B. -1   C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$     D. 1

9. 定义域为  $\mathbf{R}$  的函数  $f(x)$  满足  $f(x+2) = f(x-2)$ , 当  $x \in [-2, 2]$  时, 函数  $f(x) = 4 - x^2$ , 设函数  $g(x) = e^{-|x-2|} (-2 < x < 6)$ , 则方程  $f(x) - g(x) = 0$  的所有实数根之和为

- A. 5   B. 6   C. 7   D. 8

10. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左, 右两个焦点分别为  $F_1, F_2$ ,  $A$  为其左顶点, 以线段  $F_1F_2$  为直径的圆与  $C$  的渐近线在第一象限的交点为  $M$ , 且  $|MA| = \frac{\sqrt{2}}{2} |F_1F_2|$ , 则  $C$  的离心率

- A.  $\sqrt{2}$    B.  $\sqrt{3}$    C.  $\sqrt{5}$    D. 3

11. 已知三棱锥  $S - ABC$  的底面是边长为 3 的等边三角形, 且  $SA = AB$ ,  $\angle SAB = 120^\circ$ , 平面  $SAB \perp$  平面  $ABC$ , 则其外接球的表面积为

- A.  $12\pi$    B.  $24\pi$    C.  $36\pi$    D.  $39\pi$

12. 已知  $f(x), g(x)$  都是定义在  $\mathbf{R}$  上的函数, 对任意  $x, y$  满足  $f(x-y) = f(x)g(y) - g(x)f(y)$ , 且  $f(-2) = f(1) \neq 0$ , 则下列说法正确的是

- A.  $g(0) = 0$     B. 若  $f(1) = 2024$ , 则  $\sum_{n=1}^{2024} f(n) = 2024$

- C. 函数  $f(2x-1)$  的图像关于直线  $x = \frac{1}{2}$  对称         D.  $g(1) + g(-1) = 1$

## 第 II 卷（非选择题 共 90 分）

**注意事项：**

(1) 非选择题的答案必须用 0.5 毫米黑色签字笔直接答在答题卡上，作图题可先用铅笔绘出，确认后再用 0.5 毫米黑色签字笔描清楚，答在试题卷和草稿纸上无效。

(2) 本部分共 10 个小题，共 90 分。

**二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。把答案填在答题纸上）。**

13. 已知平面向量  $a, b$  满足  $|a|=1, |b|=\sqrt{3}, |a-2b|=3$ , 则  $a \cdot b =$  \_\_\_\_\_.

14. 已知实数  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x \geq 0 \\ x+y \leq 2 \\ x+3y \geq 3 \end{cases}$ , 则  $z=4x+y$  的最大值为\_\_\_\_\_.

15. 若函数  $f(x)=\ln x - \frac{1}{e}x+a$  有零点, 则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

16.  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 已知  $c^2=3a^2-3b^2$ , 则  $\tan(A-B)$  的最大值为\_\_\_\_\_.

**三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。**

**（一）必考题：共 60 分。**

**17.（本小题满分 12 分）**

已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n, S_n = \frac{3}{2}(a_n - 1)(n \in \mathbf{N}^*)$ .

(I) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式；

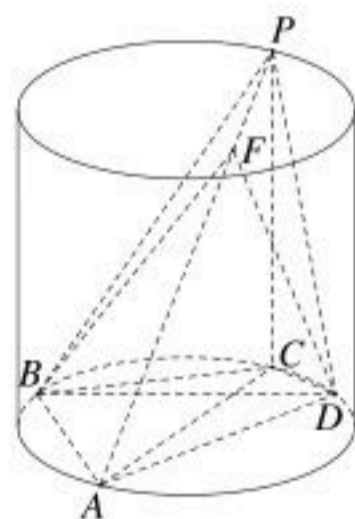
(II) 在  $a_n$  与  $a_{n+1}$  之间插入  $n$  个数, 使这  $n+2$  个数组成一个公差为  $\frac{3^n}{50}$  的等差数列, 求  $n$ .

**18.（本小题满分 12 分）**

如图,  $ABCD$  为圆柱底面的内接四边形,  $AC$  为底面圆的直径,  $PC$  为圆柱的母线, 且  $AB=AD$ .

(I) 求证:  $AP \perp BD$ ;

(II) 若  $PC=AC=2BC=4$ , 点  $F$  在线段  $PA$  上, 且  $\frac{PF}{FA} = \frac{1}{3}$ , 求四面体



$PBDF$  的体积.

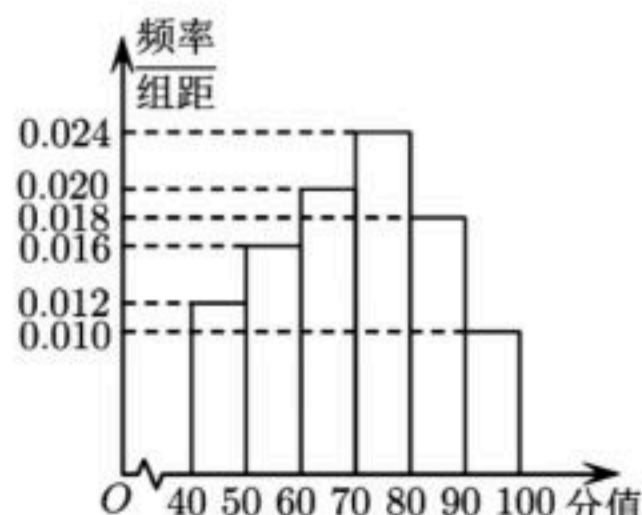
**19.（本小题满分 12 分）**

某校为了让学生有一个良好的学习环境, 特制定学生满意度调查表, 调查表分值满分为 100 分. 工作人员从中随机抽取了 100 份调查表将其分值作为样本进行统计, 作出频率分布直方图如图.

(I) 估计此次满意度调查所得的平均分值  $\bar{x}$  (同一组中的数据用该组区间的中点值为代表);

(II) 在选取的 100 位学生中, 男女生人数相同, 规定分值在 (I) 中的  $\bar{x}$  以上为满意, 低于  $\bar{x}$  为不满意, 据统计有 32 位男生满意. 据此判断是否有 95% 的把握认为“学生满意度与性别有关”?

(III) 在 (II) 的条件下, 学校对满意度分值低于  $\bar{x}$  分的学生进行座谈, 先用分层抽样的方式选出 8 位学生, 再从中随机抽取 2 人, 求恰好抽到男女生各一人的概率.



附： $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ ，其中  $n = a+b+c+d$ 。

$P(K^2 \geq k_0)$	0.10	0.05	0.010	0.005	0.001
$K_0$	2.706	3.841	6.635	7.879	10.828

20. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = 2x^3 - ax^2 + 2(a > 0)$ 。

(I) 求曲线  $y = f(x)$  在点  $(0, f(0))$  处的切线方程；

(II) 若  $x \in [-1, 1]$  时， $|f(x)| \geq 3$ ，求实数  $a$  的取值范围。

21. (本小题满分 12 分)

设  $F$  为抛物线  $H: y^2 = 2px (p > 0)$  的焦点，点  $P$  在  $H$  上，点  $M(\frac{7p}{2}, 0)$ ，若  $|PF| = |PM| = 5$ 。

(I) 求  $H$  的方程；

(II) 过点  $F$  作直线  $l$  交  $H$  于  $A, B$  两点，过点  $B$  作  $x$  轴的平行线与  $H$  的准线交于点  $C$ ，过点  $A$

作直线  $CF$  的垂线与  $H$  的另一交点为  $D$ ，直线  $CB$  与  $AD$  交于点  $G$ ，求  $\frac{|GB|}{|GC|}$  的取值范围。

(二) 选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分。

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在平面直角坐标系  $xOy$  中，以坐标原点  $O$  为极点， $x$  轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线  $C$

的极坐标方程为  $\rho^2 - 2\rho \cos \theta - 2\rho \sin \theta - 2 = 0$ ，直线  $l$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 2 + t \cos \alpha \\ y = 2 + t \sin \alpha \end{cases}$  ( $t$  为参数)。

(I) 写出曲线  $C$  的直角坐标方程；

(II) 设直线  $l$  与曲线  $C$  交于  $A, B$  两点，定点  $P(2, 2)$ ，若  $|PA| + |PB| = 2\sqrt{2}$ ，求直线  $l$  的倾斜角。

23. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知函数  $f(x) = |x+2| - a|x-1|$ ， $a \in \mathbf{R}$ 。

(I) 当  $a = 2$  时，求不等式  $f(x) \leq 0$  的解集；

(II) 当  $a = -1$  时，函数  $f(x)$  的最小值为  $m$ ，若  $a, b, c$  均为正数，且  $a^2 + b^2 + 4c^2 = m$ ，求  $a+b+2c$  的最大值。