成都石室中学 2023-2024 年度下期高 2024 届二诊模拟考试

数学试题（理）（A 卷）

（总分：150 分，时间：120 分钟 ）

第 I 卷（共 60 分）

一、选择题（本题共 12 道小题，每小题 5 分，共 60 分）

1.已知复数 $z=\dfrac{1}{1+\mathrm{i}}$（其中 i 为虚数单位），则 z 的虚部是

A. $-\dfrac{1}{2}$　　B. $-\dfrac{1}{2}\mathrm{i}$　　C. $\dfrac{1}{2}$　　D. $\dfrac{1}{2}\mathrm{i}$

2.若集合 $A=\{1,2\}, B=\left\{y \mid y=x^{\frac{1}{2}}\right\}$，则 $a\in A$ 是 $a\in B$ 的

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件　　C．充要条件　D．既不充分也不必要条件

3.如图是根据某校高三 8 位同学的数学月考成绩（单位：分）画出的茎叶图，其中左边的数字从左到右分别表示学生数学月考成绩的百位数字和十位数字，右边的数字表示学生数学月考成绩的个位数字，则下列结论正确的是

11	8 7 7
12	5 1 3
13	1 2

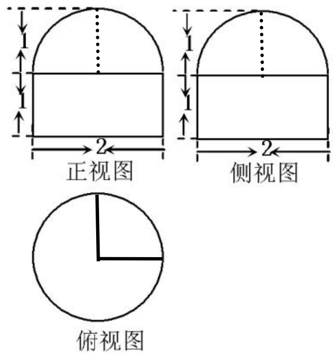
A.这 8 位同学数学月考成绩的极差是 14

B.这 8 位同学数学月考成绩的中位数是 122

C.这 8 位同学数学月考成绩的众数是 118

D.这 8 位同学数学月考成绩的平均数是 124

4.已知一个空间几何体的三视图如图所示，其中正视图、侧视图都是由半圆和矩形组成，则这个几何体的体积是



A. $\dfrac{3}{2}\pi$　　B. $\dfrac{5}{3}\pi$　　C. $\dfrac{7}{3}\pi$　　D. $\dfrac{9}{2}\pi$

5.已知数列 $\{a_n\}$ 为等差数列，且 $a_2+a_3+a_6+a_9+a_{10}=10$，则 a_4+a_8 的值为

A.2　　B.4　　C.6　　D.8

6.若 a,b 是正实数，且 $\dfrac{1}{3a+b}+\dfrac{1}{2a+4b}=1$，则 $a+b$ 的最小值为

A. $\dfrac{4}{5}$　　B. $\dfrac{2}{3}$　　C. 1　　D. 2

7.当 $0<x\le\dfrac{\pi}{2}$ 时，关于 x 的不等式 $(2a\sin x+\cos 2x-3)(\sin x-x)\le 0$ 有解，则 a 的最小值是

A．2　　B．3　　C．4　　D．$4\sqrt{2}$

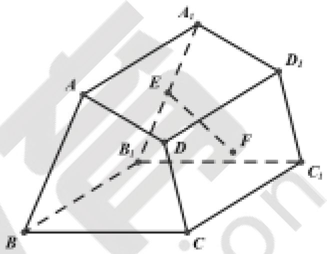
8.在 2023 年成都“世界大学生运动会”期间，组委会将甲，乙，丙，丁四位志愿者分配到 A,B,C 三个场馆执勤，若每个场馆至少分到一人，且甲不能被分配到 A 场馆，则不同分配方案的种数是

A．48　　B．36　　C．24　　D．12

9. 已知抛物线 $y^2=4x$，弦 AB 过其焦点，分别过弦的端点 A,B 的两条切线交于点 C，点 C 到直线 AB 距离的最小值是

A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. 1　　D. 2

10.如图，四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E 为棱 A_1B_1 的中点，F 为四边形 DCC_1D_1 对角线的交点，下列说法：



①EF //平面 BCC_1B_1；

②若 EF //平面 ADD_1A_1，则 BC // AD；

③若四边形 $ABCD$ 矩形，且 $EF\perp D_1C_1$，则四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 为直四棱柱.

其中正确说法的个数是

A. 0　　B.1　　C.2　　D.3

11.已知函数 $f(x)=2^x+2^{-x}+\cos x+x^2$，若 $a=f(\sqrt{2}),b=f(-e^{\frac{1}{e}}),c=f(\pi^{\frac{1}{\pi}})$，则

A. $c<b<a$　　B. $a<c<b$　　C. $c<a<b$　　D. $b<c<a$

12.若双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2，过右焦点 F_2 的直线 l 与双曲线 C 交于 A,B 两点，已知 l 的斜率为 k，$k\in\left(\frac{b}{a},+\infty\right)$，且 $|AF_2|=2|F_2B|$，$\angle F_1AB=60^0$，则直线 AB 的斜率是

A. $2\sqrt{3}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D. 2

第Ⅱ卷（共 90 分）

二、填空题（本题共 4 道小题，每小题 5 分，共 20 分）

13.已知向量 $\vec{a}=(1,-2)$，$\vec{b}=(2,x)$，若 $\vec{a}\perp\vec{b}$，则实数 $x=$_________.

14.已知实数 x,y 满足约束条件 $\begin{cases} y\ge 0 \\ 4x+3y\le 4 \\ x-y\ge 0 \end{cases}$，则 $z=3x+2y$ 的最大值是_________.

15.已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $S_n=x\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^n+27$，则 $a_1a_2\cdots a_n$ 取最大值时，n 的值为__________.

16.若 $x\ge 1$，恒有 $\ln\frac{x^2+1}{e^x-mx}\le e^x-x^2-mx-1$，则 m 的取值范围是_________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. （本小题满分 12 分）

为了去库存，某商场举行如下促销活动：有两个摸奖箱，A 箱内有 1 个红球、1 个黑球、8 个白球，B 箱内有 4 个红球、4 个黑球、2 个白球，每次摸奖后放回．消费额满 300 元有一次 A 箱内摸奖机会，消费额满 600 元有一次 B 箱内摸奖机会.每次机会均为从箱子中摸出 1 个球，中奖规则如下：红球奖 50 元代金券、黑球奖 30 元代金券、白球奖 10 元代金券.

（Ⅰ）某三位顾客各有一次 B 箱内摸奖机会，求中奖 10 元代金券人数 ξ 的分布列；

（Ⅱ）某顾客消费额为 600 元,请问：这位顾客如何抽奖所得的代金券期望值较大？

18. （本小题满分 12 分）

已知 $\begin{cases} \sin x = m, \\ \cos x = \sqrt{3}\lambda - \sqrt{3}m \end{cases}(m \in R)$，设 $f(x) = \lambda$.

（Ⅰ）求函数 $f(x)$ 的对称中心；

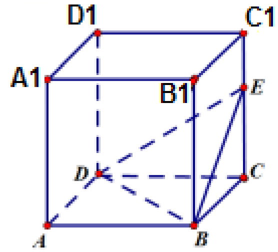
（Ⅱ）若 ΔABC 中，角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，$f(A) = \frac{2\sqrt{3}}{3}$，且 ΔABC 外接圆的半径为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$，D 是 BC 边的中点，求线段 AD 长度的最大值.

19. （本小题满分 12 分）

如图，棱长为3的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中，E 是棱 CC_1 上靠近 C_1 的三等分点.

（Ⅰ）求证：A_1C 与平面 BDE 不垂直；

（Ⅱ）在线段 BE 上是否存在一点 F 使得平面 $B_1D_1F \perp$ 平面 BDE？若存在，请计算 $\frac{BF}{BE}$ 的值；若不存在，请说明理由.



20. （本小题满分 12 分）

已知点 F 是椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的右焦点，过原点的直线交椭圆 E 于 A,B 两点, ΔABF 面积的最大值为 $\sqrt{3}$ ，$|OF|=1$.

（Ⅰ）求椭圆 E 的标准方程;

（Ⅱ）已知过点 $P(4,y_0)$ 的直线 l 与椭圆 E 交于 M,N 两点，是否存在定点 P ，使得直线 FM,FN 的斜率之和为定值？若存在，求出定点 P 的坐标及该定值.若不存在，请说明理由.

21. （本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=x^2-ax$,$x>0$.

（Ⅰ）是否存在实数 a 使得 $f(x)\geq 0$ 在区间 $[a,2a+1]$ 上恒成立，若存在，求出 a 的取值范围，若不存在，请说明理由；

（Ⅱ）求函数 $h(x)=f(x)-a^2\ln x$ 在区间 $(1,e^a)$ 上的零点个数(e 为自然对数的底数).

选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

[选修 4-4：坐标系与参数方程]（10 分）

22. （本小题满分 10 分）

在平面直角坐标系 xOy 中，倾斜角为 α 的直线 l 过定点 $(1,0)$，以 O 为极点， x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho\sin^2\theta=4\cos\theta$，直线 l 与曲线 C 相交于不同的两点 A,B.

（Ⅰ）若 $\alpha=\frac{\pi}{3}$，求线段 AB 中点 M 的直角坐标;

（Ⅱ）若 $P(1,0)$，求 $|PA|\cdot|PB|$ 的最小值.

[选修 4-5：不等式选讲]（10 分）

23. （本小题满分 10 分）

已知函数 $f(x)=|x+1|$.

（Ⅰ）求不等式 $f(x)+f(2x-1)<x+7$ 的解集;

（Ⅱ）若对于正实数a，b，c，满足$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1$,证明: $f(x-a)+f(x+b+c)\geq 9$.