2023～2024 学年度上期期末高一年级调研考试

数　学

本试卷分选择题和非选择题两部分。第Ⅰ卷(选择题)1 至 2 页,第Ⅱ卷(非选择题)3 至 4 页,共 4 页,满分 150 分,考试时间 120 分钟。

注意事项:

1. 答题前,务必将自己的姓名、考籍号填写在答题卡规定的位置上。
2. 答选择题时,必须使用 2B 铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦擦干净后,再选涂其它答案标号。
3. 答非选择题时,必须使用 0.5 毫米黑色签字笔,将答案书写在答题卡规定的位置上。
4. 所有题目必须在答题卡上作答,在试题卷上答题无效。
5. 考试结束后,只将答题卡交回。

第Ⅰ卷(选择题,共 60 分)

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{2,3,5\}$, $B=\{1,4,5,7\}$,则

A. $A\cap B=\varnothing$　　B. $A\subseteq B$　　C. $A\cup B=A$　　D. $5\in A\cup B$

2. 命题“ $\forall x>0$, $x^2>0$”的否定是

A. $\forall x>0,x^2\leqslant 0$　　B. $\forall x\leqslant 0,x^2>0$

C. $\exists x>0,x^2\leqslant 0$　　D. $\exists x\leqslant 0,x^2>0$

3. $\cos330^\circ=$

A. $\dfrac{1}{2}$　　B. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　C. $-\dfrac{1}{2}$　　D. $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

4. “两个三角形全等”是“两个三角形的周长相等”的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

5. 函数 $f(x)=\dfrac{x+1}{x}$ 图象的对称中心是

A. $(1,0)$　　B. $(0,1)$　　C. $(-1,0)$　　D. $(0,-1)$

6. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足：$\forall x_1,x_2\in\mathbf{R}$ 且 $x_1\neq x_2$ 都有 $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}<0$. 若 $f(a)\geqslant f(1)$，则实数 a 的取值范围是

A. $(1,+\infty)$　　B. $[1,+\infty)$　　C. $(-\infty,1)$　　D. $(-\infty,1]$

7. 已知 $a=0.9^{1.1}$，$b=\log_2 3$，$c=\log_3 4$，则

A. $a<c<b$　　B. $a<b<c$　　C. $c<b<a$　　D. $b<c<a$

8. 函数 $f(x)=\sin\dfrac{x}{2}+\ln x$ 的零点个数是

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 下列命题为真命题的是

A. 若 $a>b$，则 $a^2>b^2$　　B. 若 $a>b,c>d$，则 $a-d>b-c$

C. 若 $a>b$，则 $\dfrac{1}{a}<\dfrac{1}{b}$　　D. 若 $a>b>0,c>d>0$，则 $ac>bd$

10. 下列四个函数中，以 π 为最小正周期，且为奇函数的是

A. $y=\tan x$　　B. $y=\sin x$　　C. $y=\cos 2x$　　D. $y=\sin 2x$

11. 已知函数 $f(x)=\log_2(1-x)+\log_2(1+x)$，则

A. $f(x)$ 的定义域为 $(-1,1)$　　B. $f(x)$ 为偶函数

C. $f(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递增　　D. $f(x)$ 的最大值是 0

12. 已知 x 为实数，$[x]$ 表示不超过 x 的最大整数，例如，$[-3.5]=-4$，$[2.1]=2$. 则

A. $[2x]=2[x]$　　B. $[x]\leqslant x<[x+1]$

C. $[x]+[x+\dfrac{1}{2}]=[2x]$　　D. $x^2+\dfrac{1}{4}>[x]$

第Ⅱ卷(非选择题,共 90 分)

三、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分．把答案填在答题卡上．

13. $4^{\frac{3}{2}}-3^{\log_3 2}$ 的值是__________．

14. 若 $\tan\theta=\frac{4}{3}$,则 $\frac{\sin\theta-\cos\theta}{\sin\theta+\cos\theta}$ 的值是__________．

15. 已知 $f(x)$ 是定义域为 $\mathbf{R}$ 的奇函数,且 $f(x+1)$ 是偶函数.若 $f(1)=2$,则 $f(-1)+f(0)+f(1)+f(2)+f(3)$ 的值是__________．

16. 若关于 x 的方程 $(\frac{1}{x}-1)^2-a\left|\frac{1}{x}-1\right|+\frac{1}{4}=0$ 恰好有四个不同的实数根,则实数 a 的取值范围是__________．

四、解答题:本大题共 6 小题,共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

已知全集 $U=\mathbf{R}$,集合 $A=\{x \mid x^2-4x+3<0\}$,$B=\{x \mid x>a\}$．

(Ⅰ)当 $a=2$ 时,求 $A\cap B$,$A\cup(\complement_U B)$;

(Ⅱ)若 $A\subseteq B$,求实数 a 的取值范围.

18. (本小题满分 12 分)

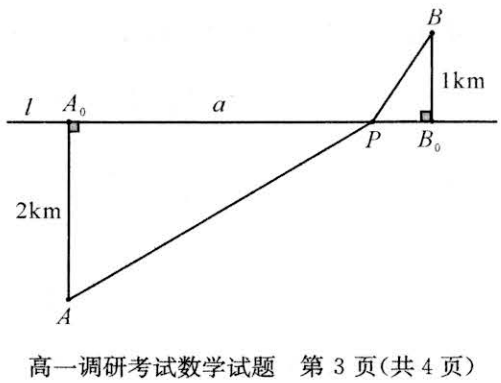
已知函数 $f(x)=2\sin\left(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{3}\right)$.

(Ⅰ)求函数 $f(x)$ 的单调递增区间;

(Ⅱ)求函数 $f(x)$ 在 $[0,\pi]$ 上的值域.

19. (本小题满分 12 分)

如图所示,一条笔直的河流 l(忽略河的宽度)两侧各有一个社区 A,B(忽略社区的大小),A 社区距离 l 上最近的点 A_0 的距离是 2km,B 社区距离 l 上最近的点 B_0 的距离是 1km,且 $A_0B_0=4$km．点 P 是线段 A_0B_0 上一点,设 $A_0P=a$km.



现规划了如下三项工程：

工程1：在点 P 处修建一座造价0.1亿元的人行观光天桥；

工程2：将直角三角形 AA_0P 地块全部修建为面积至少 1km^2 的文化主题公园，且每平方千米造价为 $(1+\frac{9}{2a^2})$ 亿元；

工程3：将直角三角形 BB_0P 地块全部修建为面积至少 0.25km^2 的湿地公园，且每平方千米造价为1亿元.

记这三项工程的总造价为 W 亿元.

(Ⅰ)求实数 a 的取值范围；

(Ⅱ)问点 P 在何处时，W 最小，并求出该最小值.

20. (本小题满分12分)

已知定义在 $(0,+\infty)$ 上的函数 $f(x)=x+\frac{1}{x}$.

(Ⅰ)判断函数 $f(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上的单调性，并用定义给出证明；

(Ⅱ)解关于 x 的不等式 $f(2^x)<\frac{5}{2}$.

21. (本小题满分12分)

已知函数 $f(x)=(\lg x)^2+a\lg x+\frac{5}{4}(a\in\mathbf{R})$.

(Ⅰ)当 $a=1$ 时，求函数 $f(x)$ 在区间 $[\frac{1}{10},100]$ 上的最小值；

(Ⅱ)若存在 $x_0\in(1,+\infty)$，使得 $f(x_0)=a$ 成立，求 a 的取值范围.

22. (本小题满分12分)

已知函数 $f(x)=x-4\sqrt{2}+|x-a|$，$g(x)=2\sqrt{2-x^2}-x$，其中 $a>0$.

(Ⅰ)当 $a=\sqrt{2}$ 时，若 $f(x)=-\sqrt{2}$，求 x 的值；

(Ⅱ)证明：$g(x)\leqslant\sqrt{10}$；

(Ⅲ)若函数 $h(x)=|f(x)+g(x)|$ 的最大值为 $2\sqrt{2}$，求 a 的值.