

南充市高 2024 届高考适应性考试(一诊)

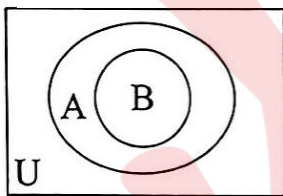
理科数学

注意事项：

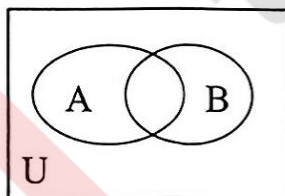
1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将答题卡交回。

一、单项选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

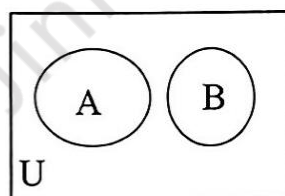
1. 抛物线 $x^2 = 4y$ 的准线方程为()
A. $x = -1$ B. $x = 1$ C. $y = -1$ D. $y = 1$
2. 当 $1 < m < 2$ 时，复数 $m - 1 + (m - 2)i$ 在复平面内对应的点位于()
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
3. 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 1，则 $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{CA}| = ()$
A. 0 B. $\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{2}$ D. 4
4. 已知直线 m, n 和平面 $\alpha, n \subset \alpha, m \not\subset \alpha$ ，则“ $m \parallel n$ ”是“ $m \parallel \alpha$ ”的()条件
A. 充分不必要 B. 必要不充分 C. 充分必要 D. 既不充分也不必要
5. 已知全集 $U = \mathbb{R}$ ，集合 $A = \{x | \log_3(x - 1) < 1\}$, $B = \{x | \frac{x^2}{4} + y^2 = 1\}$ ，则能表示 A, B, U 关系的图是()



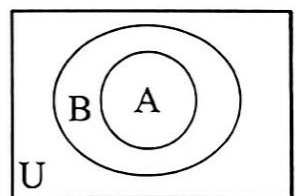
A



B



C



D

6. 某商品的地区经销商对 2023 年 1 月到 5 月该商品的销售情况进行了调查，得到如下统计表. 发现销售量 y (万件) 与时间 x (月) 成线性相关，根据表中数据，利用最小二乘法求得 y 与 x 的回归直线方程为：

$\hat{y} = 0.48x + 0.56$. 则下列说法错误的是()

- A. 由回归方程可知 2024 年 1 月份该地区的销售量为 6.8 万件
- B. 表中数据的样本中心点为 (3, 2.0)
- C. $a = 2.4$
- D. 由表中数据可知， y 和 x 成正相关

时间 x (月)	1	2	3	4	5
销售量 y (万件)	1	1.6	2.0	a	3

7. 二项式 $(\sqrt{x} - \frac{2}{x})^6$ 的展开式中常数项为()

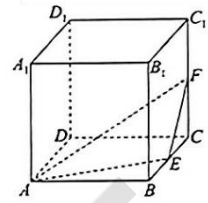
- A. -60 B. 60 C. 210 D. -210

8. 已知： $2^{a+1} = 3, 2^{b-3} = \frac{1}{3}$, 则下列说法中错误的是()

- A. $a + b = 2$ B. $1 < b < \frac{3}{2}$ C. $b - a < 1$ D. $ab > 1$

9. 如图，正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2, E, F 分别为 BC, CC_1 的中点，则平面 AEF 截正方体所得的截面面积为()

- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{9}{2}$
C. 9 D. 18



10. 如图 1 是函数 $f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)$ 的部分图象，经过适当的平移和伸缩变换后

得到图 2 中 $g(x)$ 的部分图象，则()

A. $g(x) = f\left(2x - \frac{1}{2}\right)$

B. $g\left(\frac{2023}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. 方程 $g(x) = \log_{\frac{1}{4}}x$ 有 4 个不相等的实数解

D. $g(x) > \frac{1}{2}$ 的解集为 $\left(\frac{1}{6} + 2k\frac{5}{6} + 2k, k \in \mathbb{Z}\right)$

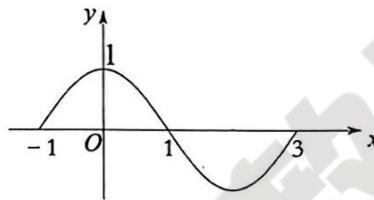


图 1

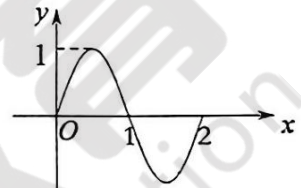


图 2

11. 已知双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ 的左右焦点分别为 F_1, F_2 , 左右顶点分别为 A_1, A_2 , P 为双曲线在第一象限上的一点，若 $\cos\angle PF_2F_1 = \frac{1}{4}$, 则 $\overrightarrow{PA_1} \cdot \overrightarrow{PA_2} =$ ()

- A. -2 B. 2 C. 5 D. -5

12. 已知函数 $f(x) = \left| \ln x - \frac{2}{x} + 2 \right| - m$ ($0 < m < 3$) 有两个不同的零点 x_1, x_2 ($x_1 < x_2$), 下列关于 x_1, x_2 的说法正确的有() 个

- ① $\frac{x_2}{x_1} < e^{2m}$ ② $x_1 > \frac{2}{m+2}$ ③ $e^{\frac{m}{3}} < x_2 < \frac{3}{3-m}$ ④ $x_1 x_2 > 1$

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、 填空题： 本题共 4 小题， 每小题 5 分， 共 20 分。

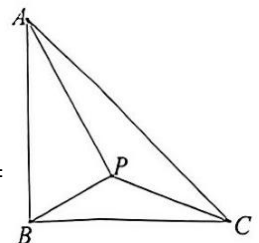
13. 满足约束条件 $\begin{cases} x + y - 1 \leq 0 \\ x - y + 3 \leq 0 \\ x + 2 \geq 0 \end{cases}$ 的平面区域的面积为_____.

14. 已知函数 $f(x)$ 为 \mathbb{R} 上的奇函数， 且 $f(x) = \begin{cases} 2^x - 1, & (0 \leq x < 3) \\ x - 5, & (x \geq 3) \end{cases}$, 则 $f(f(3)) =$ _____.

15. 已知圆台 O_1O_2 的上下底面半径分别为 $\sqrt{3}$ 和 $3\sqrt{3}$, 若存在一个球同时与该圆台的上、下底面及侧面都相切， 则该圆台的体积为_____.

附： 圆台体积公式为： $V = \frac{1}{3} \left(S_{\text{上}} + \sqrt{S_{\text{上}} S_{\text{下}}} + S_{\text{下}} \right) h$

16. 如图， 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = BC = 1$, P 为 $\triangle ABC$ 内点， 且 $\angle PAB = \angle PBC = \angle PCA = \alpha$, 则 $\tan \alpha =$ _____.



三、 解答题： 共 70 分。 解答应写出文字说明、 证明过程或演算步骤， 第 17~21 题为必考题， 每个试

题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

17. 已知数列 $\{a_n\}$ 是首项为 2 的等比数列，且 a_4 是 $6a_2$ 和 a_3 的等差中项。

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 若数列 $\{a_n\}$ 的公比 $q > 0$ ，设数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = \frac{1}{\log_2 a_n \cdot \log_2 a_{n+1}}$ ，求 $\{b_n\}$ 的前 2023 项和 T_{2023}

18. 2023 年秋季，支原体肺炎在全国各地流行，该疾病的主要感染群体为青少年和老年人，某市医院传染病科在该市各医院某段时间就医且年龄在 70 岁以上的老年人中随机抽查了 200 人的情况，并将调查结果整理如下：

	有慢性疾病	没有慢性疾病	合计
未感染支原体肺炎	60	80	140
感染支原体肺炎	40	20	60
合计	100	100	200

(1) 是否有 99.5% 的把握认为 70 岁以上老人感染支原体肺炎与自身有慢性疾病有关？

(2) 现从感染支原体肺炎的 60 位老人中按分层抽样的方式抽出 6 人，再从 6 人中随机抽出 4 人作为医学研究对象并免费治疗。按以往的经验，有慢性疾病的老人每人的研究治疗费用为 2 万元，没有慢性疾病的老人每人的研究治疗费用为 1 万元，记抽出的这 4 人产生的研究治疗总费用为 (单位：万元)，求的分布列及数学期望。

附表：

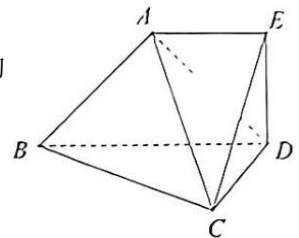
$P(K^2 \geq k)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

参考公式： $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ (其中 $n = a + b + c + d$)

19. 如图，在四棱锥 $C - ABDE$ 中， $DE \perp$ 平面 BCD ， $AB = AD = 2\sqrt{3}$ ， $BD = 4$ ， $DE = 2\sqrt{2}$

(1) 求证：AE // 平面 BCD；

(2) 若 $BC \perp CD$ ，二面角 $A-BC-D$ 的正切值为 $2\sqrt{2}$ ，求直线 CE 与平面 ABC 所成角的正弦值。



20. 设函数 $f(x) = e^x$ (e 为自然对数的底数)，函数 $f(x)$ 与函数 $g(x)$ 的图象关于直线 $y = x$ 对称。

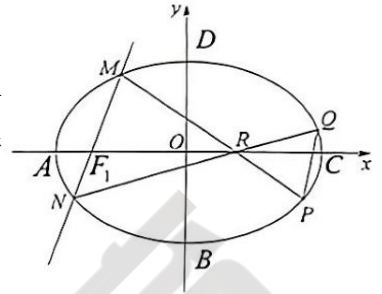
(1) 设函数 $h(x) = \frac{mf(x)}{\sin x}$ ，若 $x \in (0, \pi)$ 时， $h(x) \geq \sqrt{2}$ 恒成立，求 m 的取值范围；

(2) 证明： $f(x)$ 与 $g(x)$ 有且仅有两条公切线，且 $f(x)$ 图象上两切点横坐标互为相反数。

21. 如图，椭圆 $E: \frac{x^2}{5} + y^2 = 1$ 的四个顶点为 A, B, C, D ，过左焦点 F_1 且斜率为 k 的直线交椭圆 E 于 M, N 两点.

(1) 求四边形 $ABCD$ 的内切圆的方程；

(2) 设 $R(1, 0)$ ，连结 MR, NR 并延长分别交椭圆 E 于 P, Q 两点，设 PQ 的斜率为 k' ，则是否存在常数 λ ，使得 $k = \lambda k'$ 恒成立？若存在，求出 λ 的值；若不存在，说明理由.



(二) 选考题：共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做，则按所做的第一题计分.

22. 在直角坐标系 xOy 中，直线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = t\cos\alpha \\ y = t\sin\alpha \end{cases}$ (t 为参数， $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$)，把 C_1 绕坐标原点逆时针旋转 $\frac{\pi}{2}$ 得到 C_2 ，以坐标原点 O 为极点， x 轴正半轴为极轴，取相同的单位长度建立极坐标系.

(1) 写出 C_1, C_2 的极坐标方程；

(2) 若曲线 C_3 的极坐标方程为 $\rho = 8\sin\theta$ ，且 C_1 与 C_3 交于点 A ， C_2 与 C_3 交于点 B (A, B 与点 O 不重合)，求 $\triangle AOB$ 面积的最大值.

23. 已知函数 $f(x) = |x - 4| - |x + 2|$.

(1) 若 $f(x) - a^2 + 5a \geq 0$ 恒成立，求 a 取值范围；

(2) 若 $f(x)$ 的最大值为 M ，正实数 a, b, c 满足： $a + b + c = M$ ，求 $\sqrt{a+1} + \sqrt{b+2} + \sqrt{c+3}$ 的最大值.