成都市2021级高中毕业班第一次诊断性检测

数学(文科)参考答案及评分意见

第Ⅰ卷　(选择题,共60分)

一、选择题:(每小题5分,共60分)

1.B；　2.C；　3. A；　4.D；　5.C；　6.B；　7.B；　8.A；　9.C；　10.B；　11.D；　12.C.

第Ⅱ卷　(非选择题,共90分)

二、填空题:(每小题5分,共20分)

13. $(0,2)$；　14. $5x-y-2=0$；　15. 2022；　16. 100π.

三、解答题:(共70分)

17.**解:**(Ⅰ)如图,连接A_1C_1.

∵正四棱柱$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中,M为AA_1的中点,$AB=2$,$AA_1=4$,

∴ $A_1C_1=2\sqrt{2}$,$A_1M=AM=2$,$DM=2\sqrt{2}$,$C_1D=2\sqrt{5}$,$MC_1=2\sqrt{3}$.　……2分

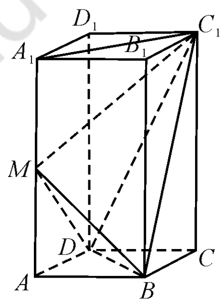
∵ $C_1M^2+DM^2=DC_1^2$,

∴ $C_1M\perp DM$.　……3分

同理可得$C_1M\perp BM$.　……4分

∵ $DM\cap BM=M$,$DM\subset$平面BDM,$BM\subset$平面BDM,　……5分

∴ $C_1M\perp$平面BDM.　……6分



(Ⅱ)由(Ⅰ)知,$BM=DM=BD=2\sqrt{2}$,且$C_1M\perp$平面BDM.　……7分

∴ $V_{M-BC_1D}=V_{C_1-BDM}=\frac{1}{3}S_{\triangle BDM}\cdot C_1M=\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times(2\sqrt{2})^2\times2\sqrt{3}=4$.　……11分

∴三棱锥C_1-BDM的体积为4.　……12分

18.**解:**(Ⅰ)由列联表数据可得,

$K^2=\frac{200\times(60\times80-40\times20)^2}{100\times100\times120\times80}=\frac{100}{3}\approx33.333>10.828$.　……4分

∴有99.9%的把握认为该校高一年级体育模块化课程的选择与性别有关.　……5分

(Ⅱ)设篮球模块课程的前3名为A_1,A_2,A_3,羽毛球模块课程的前3名为B_1,B_2,B_3.

则从这6人中随机选2人的基本事件有:(A_1,A_2),(A_1,A_3),(A_1,B_1),(A_1,B_2),(A_1,B_3),(A_2,A_3),(A_2,B_1),(A_2,B_2),(A_2,B_3),(A_3,B_1),(A_3,B_2),(A_3,B_3),(B_1,B_2),(B_1,B_3),(B_2,B_3),共15个.　……9分

其中选出的这2人来自不同模块化课程的基本事件有:(A_1,B_1),(A_1,B_2),(A_1,B_3),(A_2,B_1),(A_2,B_2),(A_2,B_3),(A_3,B_1),(A_3,B_2),(A_3,B_3),共9个.　……11分

故所求概率为$P=\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$.　……12分

19. **解**：(Ⅰ) $f(x)=2\sqrt{3}\sin x\cos x+2\cos^2 x-1=\sqrt{3}\sin 2x+\cos 2x=2\sin(2x+\frac{\pi}{6})$.

……2 分

由 $f(A)=2\sin(2A+\frac{\pi}{6})=1$，即 $\sin(2A+\frac{\pi}{6})=\frac{1}{2}$.

$\because \triangle ABC$ 为锐角三角形，$2A+\frac{\pi}{6}\in(\frac{\pi}{6},\frac{7\pi}{6})$，

$\therefore 2A+\frac{\pi}{6}=\frac{5\pi}{6}$.

$\therefore A=\frac{\pi}{3}$. ……4 分

(Ⅱ)由正弦定理，$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$.

$\therefore a=\frac{\sqrt{3}}{2\sin B}, c=\frac{\sin C}{\sin B}=\frac{\sin(\frac{2\pi}{3}-B)}{\sin B}$. ……7 分

$\because a+c=\frac{\sqrt{3}}{2\sin B}+\frac{\sin(\frac{2\pi}{3}-B)}{\sin B}=\frac{\sqrt{3}(\cos B+1)}{2\sin B}+\frac{1}{2}$,

$=\frac{2\sqrt{3}\cos^2\frac{B}{2}}{4\sin\frac{B}{2}\cos\frac{B}{2}}+\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2\tan\frac{B}{2}}+\frac{1}{2}$. ……9 分

$\because \triangle ABC$ 是锐角三角形，

$\therefore 0<B<\frac{\pi}{2}$，且 $C=\frac{2\pi}{3}-B<\frac{\pi}{2}$.

$\therefore B\in(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}), \frac{B}{2}\in(\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{4}), \tan\frac{B}{2}\in(2-\sqrt{3},1)$.

$\therefore \frac{\sqrt{3}}{2\tan\frac{B}{2}}\in(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{3}{2}+\sqrt{3})$. ……11 分

$\therefore a+c\in(\frac{\sqrt{3}+1}{2},2+\sqrt{3})$.

综上，$a+c$ 的取值范围为$(\frac{\sqrt{3}+1}{2},2+\sqrt{3})$. ……12 分

20. **解**：(Ⅰ)由题知，动点 C 的轨迹是以 F 为焦点，$x=-1$ 为准线的抛物线. ……2 分

$\therefore$ 动点 C 的轨迹方程为 $y^2=4x$. ……4 分

(Ⅱ)设 $P(x_1,y_1)$，$Q(x_2,y_2)$.

由 $\begin{cases} y=x+m, \\ y^2=4x \end{cases}$ 消去 x，得 $y^2-4y+4m=0$.

由 $\Delta=16-16m>0$，得 $m<1$.

$\therefore y_1+y_2=4, y_1y_2=4m.$ ……6 分

由$\triangle FPQ$的面积$S=\frac{1}{2}\cdot|PQ|\cdot d=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{1+1}\cdot|y_1-y_2|\cdot\frac{|1+m|}{\sqrt{2}}$，

……7 分

$\therefore |1+m|\sqrt{(y_1+y_2)^2-4y_1y_2}=4.$

$\therefore |1+m|\sqrt{16-16m}=4$，即$m(m^2+m-1)=0.$ ……9 分

$\because m<1$，

$\therefore m=0$ 或 $m=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}.$ ……11 分

$\therefore$ 直线 l 的方程为 $y=x$ 或 $y=x+\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ 或 $y=x+\frac{-1-\sqrt{5}}{2}.$ ……12 分

21. **解**：(Ⅰ)$\because f'(x)=2e^x-e$， ……1 分

当 $x\in(-\infty,1-\ln 2)$ 时，$f'(x)<0$，$f(x)$ 单调递减；

当 $x\in(1-\ln 2,+\infty)$ 时，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增. ……2 分

$\therefore f(x)$ 的单减区间为$(-\infty,1-\ln 2)$，单增区间为$(1-\ln 2,+\infty)$. ……3 分

(Ⅱ)设函数 $h(x)=2e^x-ex-e(\ln x+1)$，

$\therefore h'(x)=2e^x-e-\frac{e}{x}.$

由 $h'(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，且 $h'(1)=0.$ ……5 分

$\therefore$ 当 $x\in(0,1)$，$h'(x)<0$，$h(x)$ 单调递减；

当 $x\in(1,+\infty)$，$h'(x)>0$，$h(x)$ 单调递增.

$\therefore h(x)_{\min}=h(1)=0.$ ……7 分

$\therefore 2e^x-ex-e(\ln x+1)\geqslant 0$，当且仅当 $x=1$ 时等号成立.

即 $f(x)\geqslant e(\ln x+1)$，当且仅当 $x=1$ 时等号成立. ……9 分

$\because 1\geqslant\cos x$，

$\therefore f(x)\geqslant e(\ln x+1)\geqslant e(\ln x+\cos x).$ ……11 分

由上述不等式取等条件不能同时成立，

$\therefore f(x)>e(\ln x+\cos x)$ 得证. ……12 分

22. **解**：(Ⅰ)$\because$ 当 $\alpha=\frac{\pi}{3}$ 时，直线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=2+\frac{1}{2}t,\\ y=\frac{\sqrt{3}}{2}t\end{cases}$， ……1 分

化简得直线 C_1 的普通方程为 $\sqrt{3}x-y-2\sqrt{3}=0.$ ……3 分

(Ⅱ)$\because$ 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho^2\cos 2\theta=2$，

$\therefore \rho^2\cos^2\theta-\rho^2\sin^2\theta=2.$ ……4 分

$\because x=\rho\cos\theta, y=\rho\sin\theta$，

$\therefore$ 曲线 C_2 的普通方程为 $x^2-y^2=2.$ ……5 分

将直线 C_1 的参数方程 $\begin{cases}x=2+t\cos\alpha,\\ y=t\sin\alpha\end{cases}$ 代入 $x^2-y^2=2$ 得 $t^2\cos 2\alpha+4t\cos\alpha+2=0.$

$\therefore \cos 2\alpha \neq 0$,可得 $\alpha \neq \frac{\pi}{4}$,$\Delta = 16\cos^2\alpha - 8\cos 2\alpha = 8 > 0$.

设 A,B 两点对应的参数分别为 t_1,t_2,则 $t_1 + t_2 = -\frac{4\cos\alpha}{\cos 2\alpha}$,$t_1 t_2 = \frac{2}{\cos 2\alpha}$. ……7 分

$\therefore |PA| \cdot |PB| = |t_1 t_2| = |\frac{2}{\cos 2\alpha}| = 4$. ……8 分

$\because 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$,

$\therefore \alpha = \frac{\pi}{6}$ 或 $\frac{\pi}{3}$. ……10 分

23. **解**:(Ⅰ)当 $a = 4$ 时,$f(x) = |2x - 4| + |x + 1|$. ……1 分

①当 $x \geqslant 2$ 时,$f(x) = 3x - 3 \geqslant 7$,解得 $x \geqslant \frac{10}{3}$; ……2 分

②当 $x \leqslant -1$ 时,$f(x) = 3 - 3x \geqslant 7$,解得 $x \leqslant -\frac{4}{3}$; ……3 分

③当 $-1 < x < 2$ 时,$f(x) = -x + 5 \geqslant 7$,解得 $x \leqslant -2$,不合题意. ……4 分

综上,不等式 $f(x) \geqslant 7$ 的解集为 $(-\infty, -\frac{4}{3}] \cup [\frac{10}{3}, +\infty)$. ……5 分

(Ⅱ)由题,①当 $a < 0$ 时,$f(x) > 2a$ 显然成立. ……6 分

②当 $a \geqslant 0$ 时,$f(x) = |2x - a| + |x + 1| = \begin{cases} -3x + a - 1, x \leqslant -1, \\ -x + a + 1, -1 < x < \frac{a}{2}, \\ 3x - a + 1, x \geqslant \frac{a}{2}. \end{cases}$

……7 分

$\therefore f(x)$ 在 $(-\infty, -1]$ 单减,在 $(-1, \frac{a}{2})$ 单减,在 $[\frac{a}{2}, +\infty)$ 单调递增.

$\therefore f(x)_{\min} = f(\frac{a}{2}) = \frac{a}{2} + 1$. ……8 分

由 $f(x) > 2a$ 恒成立,故 $f(x)_{\min} = \frac{a}{2} + 1 > 2a$,解得 $a < \frac{2}{3}$.

$\therefore 0 \leqslant a < \frac{2}{3}$. ……9 分

综上,a 的取值范围为 $(-\infty, \frac{2}{3})$. ……10 分