甘孜州普通高中2024届第一次诊断考试
文科数学

（满分150分，120分钟完卷）

注意事项：

1. 答题前，考生务必先将自己的姓名、班级、准考证号填写在答题卡上相应位置，并把条形码粘贴至条形码粘贴栏。

2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，用0.5mm黑色签字笔将答案写在答题卡上，在本试卷上答题无效。

3. 考试结束后，将答题卡交回。

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一个是符合题目要求的。

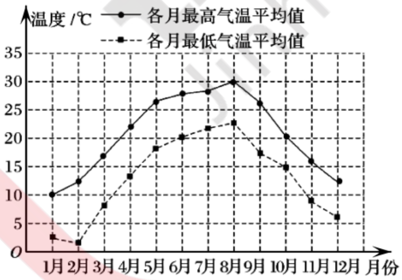
1．已知集合 $A=\{x||x-1|=1\}$，集合 $B=\{-1,0,1\}$，则 $A\cup B$（▲）

A．$\{0,1\}$　　B．$\{-2,-1,0,1\}$　　C．$\{-1,1\}$　　D．$\{-1,0,1,2\}$

2．已知复数z满足$(1-i)\cdot z=3+i$.其中i为虚数单位，则$|z|=$（▲）

A．$\sqrt{3}$　　B．$\sqrt{5}$　　C．3　　D．5

3．某市气象部门根据2022年各月的每天最高气温平均值与最低气温平均值（单位：℃）数据，绘制折线图：那么，下列叙述错误的是（▲）



A．2022年2—8月气温逐渐上升

B．全年中各月最低气温平均值不高于10℃的月份有5个

C．全年中，2月份的最高气温平均值与最低气温平均值的差值最大

D．从2022年7月至12月该市每天最高气温平均值与最低气温平均值都呈下降趋势

4．已知平面向量$\vec{a},\vec{b},|\vec{a}|=2,|\vec{b}|=1$，且$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为$\frac{\pi}{3}$，则$\left|\vec{a}-2\vec{b}\right|=$（▲）

A．$\sqrt{5}$　　B．4　　C．2　　D．0

5．“$m=4$”是“直线$(3m-4)x+my-2=0$与直线$mx+2y-2=0$平行”的（▲）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

6．已知数列$\{a_n\}$满足$a_{n+1}=a_n+2\left(n\in N^*\right)$，其前 n 项和为$S_n$，且$S_6=30$，则$a_3=$（▲）

A．-2　　B．2　　C．4　　D．6

7．为了得到函数$y=\sin 2x+\cos 2x$的图象，可以将函数$y=\sqrt{2}\cos 2x$的图象（▲）

A．向右平移$\dfrac{\pi}{8}$个单位长　　B．向右平移$\dfrac{\pi}{6}$个单位长

C．向左平移$\dfrac{\pi}{8}$个单位长　　D．向左平移$\dfrac{\pi}{6}$个单位长

8．空间中l,m,n是互不相同直线，α,β是不重合的平面，则下列叙述中正确的个数有（▲）.

①若$l\perp n$，$m\perp n$，则$l//m$　　②若$m\perp\alpha,m\perp n$，则$n//\alpha$

③若$\alpha//\beta$，$l\subset\alpha$，$n\subset\beta$，则$l//n$　　④若$l\perp\alpha$，$l//\beta$，则$\alpha\perp\beta$

A．0 个　　B．1 个　　C．2 个　　D．3 个

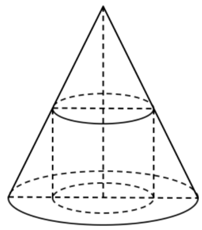
9．已知圆C：$x^2+y^2-6x+5=0$与中心在原点、焦点在坐标轴上的双曲线D的一条渐近线相切，则双曲线D的离心率为（▲）

A．$\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$　　B．3　　C．$\sqrt{3}$或$\dfrac{\sqrt{6}}{2}$　　D．$\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$或$\dfrac{3}{2}$

10．在等比数列$\{a_n\}$中，a_4，a_8是方程$x^2-8x+2=0$的两根，则$\dfrac{a_5\cdot a_7}{a_6}=$（▲）

A．$\sqrt{2}$　　B．$-\sqrt{2}$　　C．$\pm\sqrt{2}$　　D．$3\pm\sqrt{5}$

11．如图，一个底面半径为$2r$的圆锥，其内部有一个底面半径为r的内接圆柱，且此内接圆柱的体积为$\sqrt{3}\pi\cdot r^3$，则该圆锥的表面积为（▲）



A．$8\pi\cdot r^2$　　B．$12\pi\cdot r^2$

C．$\dfrac{8\sqrt{3}}{3}\pi\cdot r^2$　　D．$4\sqrt{3}\pi\cdot r^2$

12．设定义在 R 上的函数$f(x)$是偶函数，且$f(x+\pi)=f(x-\pi)$，$f'(x)$是$f(x)$的导函数，当$x\in[0,\pi]$时，$0<f(x)<1$；当$x\in(0,\pi)$且$x\neq\dfrac{\pi}{2}$时，$\left(x-\dfrac{\pi}{2}\right)f'(x)>0$，则函数$y=f(x)-\sin x$在$[-2\pi,2\pi]$上的零点个数为（▲）

A．2　　B．4　　C．5　　D．8

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。将答案填在答题卡相应的横线上。

13．若x，y满足$\begin{cases}x+y-1\geq 0\\ x-y-1\leq 0\\ y-1\leq 0\end{cases}$，则$z=-2x+y$的最大值为$\underline{\quad▲\quad}$.

14．设函数$f(x)=\begin{cases}\log_2(x-1),x>1\\ \left(\dfrac{1}{3}\right)^{2x+3},x\leq 1\end{cases}$，则$f\left(f\left(-\dfrac{5}{2}\right)\right)=\underline{\quad▲\quad}$.

15．设 $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数，若 $f(x)=xe^{x}-f'(1)x$，则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,\ f(1))$ 处的切线方程为__▲__.

16．已知曲线 C 是焦点在 x 轴上的椭圆，曲线 C 的左焦点为 F，上顶点为 B，右顶点为 A，过点 F 作 x 轴垂线，该垂线与直线 AB 交点为 M，若 $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{BM}$ 且 ΔAFM 的面积为 $9\sqrt{3}$，则曲线 C 的标准方程为__▲__.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）四川省从 2022 年开始实行新课标新高考改革，选科分类是川内高中在校学生生涯规划的重要课题，某高级中学为了解学生选科分类是否与性别有关，在该校随机抽取 100 名学生进行调查.统计整理数据得到如下的 2×2 列联表：

	选物理类	选历史类	合计
男生	40		55
女生		25	
合计	60		100

（1）判断是否有99%的把握认为选科分类与性别有关联？

（2）在以上随机抽取的选择物理类的学生中，按不同性别同比例分层抽样，共抽取 6 名学生进行问卷调查，然后在被抽取的 6 名学生中再随机抽取 2 名学生进行面对面访谈.求至少抽中一名女生得概率.

附：$K^{2}=\dfrac{n(ad-bc)^{2}}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，$n=a+b+c+d$.

$P(K^{2}\geq k_{0})$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_{0}	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

18．（12 分）已知① $a\cos C+c\cos A=2b\cos B$，② $\dfrac{a-c}{\sin A+\sin B}=\dfrac{a-b}{\sin C}$，

③ $b\cos C+\sqrt{3}b\sin C-a-c=0$，从上述三个条件中任选一个补充到下面问题中，并解答问题．在 $\triangle ABC$ 中，内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，并且满足__▲__.

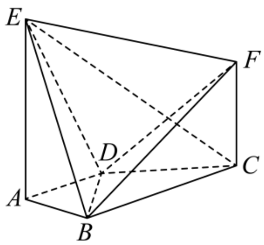
（1）求角 B；

（2）若 $b=3, BD$ 为角 B 的平分线，点 D 在 AC 上，且 $BD=2$，求 $\triangle ABC$ 的面积.

19．（12 分）如图，$AE\perp$ 平面 $ABCD$，$CF//AE$，$AD//BC$，$AD\perp AB$，$AB=AD=1$，$AE=BC=2CF=2$.

（1）求证：$BF//$ 平面 ADE；

（2）求点 D 到平面 ABF 的距离；



20.（12 分）已知函数 $f(x)=ax-\ln x$（a 是常数）.

（1）讨论函数 $f(x)$ 的单调区间；

（2）当 $y=f(x)$ 在 $x=1$ 处取得极值时，若关于 x 的方程 $f(x)=x^2-2x+b$ 在 $\left[\frac{1}{2},2\right]$ 上恰有两个不同的实数根，求实数 b 的取值范围.

21.（12 分）（12 分）在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 E：$y^2=2px(p>0)$的焦点为 F, E 的准线 l 交 x 轴于点 K, 过 K 的直线 l 与抛物线 E 相切于点 A, 且交 y 轴正半轴于点 P. 已知 E 上的动点 B 到点 F 的距离与到直线 $x=-2$ 的距离之和的最小值为 3.

（1）求抛物线 E 的方程；

（2）过点 P 的直线交 E 于 M, N 两点，过 M 且平行于 y 轴的直线与线段 OA 交于点 T，点 H 满足 $\overrightarrow{MT}=\overrightarrow{TH}$．证明：直线 HN 过定点.

选做题：请考生在 22.23 两题中任选一题作答，只能做所选定的题目。如果多做，则按所做第一个题目计分，作答时，请用 2B 铅笔在答题卡上将所选题号后的方框涂黑。

22.（10 分）直角坐标系 xOy 中，曲线 $C:\begin{cases}x=2\cos\alpha\\ y=3\sin\alpha\end{cases}$ (α 为参数)，在以 O 为极点，x 轴正半轴为极轴的极坐标系中，直线 $l:\rho\sin\theta-2\rho\cos\theta=-2$

（1）求 C 的普通方程和 l 的直角坐标方程；

（2）设曲线 C 经过伸缩变换 $\begin{cases}x'=\frac{1}{2}x\\ y'=\frac{1}{3}y\end{cases}$，得到曲线 M，设点 $P(3,4)$，记直线 l 与曲线 M 交于 A，B 两点，求 $|PA|\cdot|PB|$ 的值.

23.（10 分）已知函数 $f(x)=|x-1|+|x-2|$.

（1）求不等式 $f(x)<x$ 的解集；

（2）设 $f(x)$ 的最小值为 M，若正实数 a,b 满足 $\frac{a+1}{2(a+2)}+\frac{b-1}{b+1}=M$，证明：$a+b\geq 6$.