机密★启用前　〔考试时间:2023 年 12 月 20 日下午 3:00—5:00〕

乐山市高中 2024 届第一次调查研究考试

理科数学

（本试卷共 4 页,满分 150 分。考试时间 120 分钟）

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知复数 $z=\dfrac{1}{(1-i)^2}$,则复数 $zi+i$ 的实部为

A. $\dfrac{1}{2}$　　B. $-\dfrac{1}{2}$　　C. 1　　D. -1

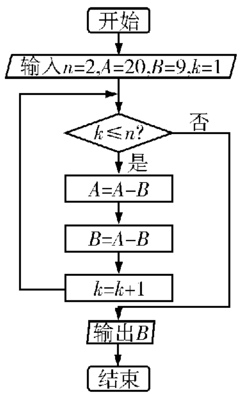
2. 设全集 $U=\{-1,0,1,2,3,4\}$,集合 $A=\{x\in\mathbf{Z}\,|\,x^2-5x+4\leqslant 0\}$,$B=\{0,2\}$,则 $(\complement_U A)\cap B=$

A. $\{0\}$　　B. $\{2\}$　　C. $\{0,2\}$　　D. $\{-1,0,2\}$

3. 执行右边的程序框图,则输出的 $B=$

A. -5　　B. 7

C. 0　　D. 2

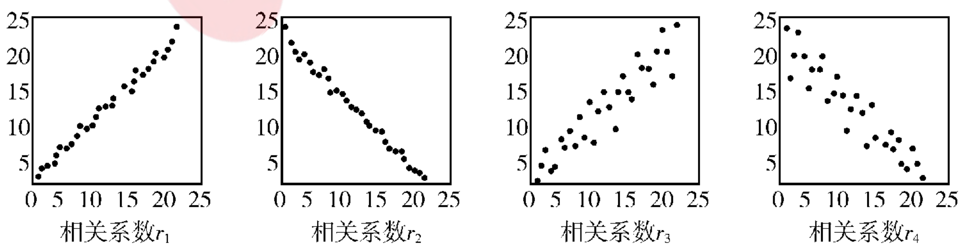


4. 已知 $\cos\left(\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right)=2\cos\alpha$,则 $\tan\alpha+\tan2\alpha=$

A. $\dfrac{2}{3}$　　B. $\dfrac{11}{6}$

C. $-\dfrac{2}{3}$　　D. $-\dfrac{11}{6}$

5. 对四组数据进行统计,获得如下散点图,关于其相关系数的比较,说法正确的是



A. $r_4<r_2<0<r_1<r_3$　　B. $r_2<r_4<0<r_3<r_1$

C. $r_2<r_4<0<r_1<r_3$　　D. $r_4<r_2<0<r_3<r_1$

6. 设 m,n 是两条不同的直线，α,β 是两个不同的平面，下列命题中正确的是

①若 $m/\!/\alpha$，$n/\!/\alpha$，则 $m/\!/n$　　②若 $\alpha/\!/\beta$，$m\subset\alpha$，那么 $m/\!/\beta$

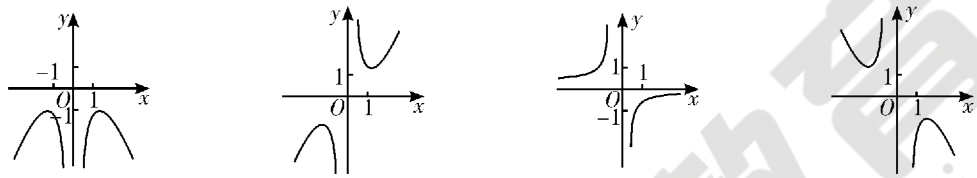
③若 $\alpha\perp\beta$，$m\subset\alpha$，$n\subset\beta$，则 $m\perp n$　　④若 $m\perp\beta$，$m/\!/\alpha$，则 $\alpha\perp\beta$

A. ②④　　B. ①②　　C. ②③　　D. ③④

7. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n，若 $S_3=9$，$S_6=36$，则 $a_8+a_9+a_{10}=$

A. 63　　B. 51　　C. 45　　D. 27

8. 函数 $f(x)=\dfrac{3^{-x}-3^x}{x^2}$ 的图象大致为



A　　B　　C　　D

9. 地处长江上游的四川省乐山市，多年来始终树立上游意识，落实上游责任，不断提升水环境治理体系和治理能力现代化水平，为守护好这一江清水作出乐山贡献（摘自：人民网四川频道）。为了解过滤净化原理，某中学科创实践小组的学生自制多层式分级过滤器，用于将含有沙石的大渡河河水进行净化。假设经过每一层过滤可以过滤掉五分之一的沙石杂质，若要使净化后河水中沙石杂质含量不超过最初的三分之一，则最少要经过多少层的过滤？（参考数据：$\lg2\approx0.30$，$\lg3\approx0.48$）

A. 7　　B. 6　　C. 5　　D. 4

10. “数独九宫格”原创者是 18 世纪的瑞士数学家欧拉，它的游戏规则很简单，将 1 到 9 这九个自然数填到如图所示的小九宫格的 9 个空格里，每个空格填一个数，且 9 个空格的数字各不相同，若中间空格已填数字 4，且只填第二行和第二列，并要求第二行从左至右及第二列从上至下所填的数字都是从大到小排列的，则不同的填法种数为

	4	

A. 70　　B. 120　　C. 140　　D. 144

11. 已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$（其中 $\omega>0$，$|\varphi|<\dfrac{\pi}{2}$）在 $x=\dfrac{\pi}{6}$ 时取最大值，两条对称轴之间的最小距离为 π，则直线 l：$y=-x+\dfrac{2\pi}{3}$ 与曲线 $y=f(x)$ 的交点个数为

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

12. 已知函数 $f(x)$ 与其导函数为 $f'(x)$ 定义域均为 $\boldsymbol{R}$，且 $f(x)$ 满足 $f(0)=0$，$f(-x)=f(x)$，$f(1-t)-f(1+t)+4t=0$，给出以下四个命题：

①$f'(0)=0$　　②$f(x+2)=f(x)$

③函数 $y=f(x)-2x$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称　　④$f'(2k-1)=4k-2(k\in\boldsymbol{Z})$

其中正确命题的个数是

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

二、填空题：本大题共 4 小题；每小题 5 分，共 20 分.

13. 命题“$\exists x\in \mathbf{Z}, x^2=2x$”的否定是____________.

14. 曲线 $y=e^x+\ln x$ 在 $x=1$ 处的切线方程为____________.

15. 若一个正三棱锥底面边长为 1，高为$\frac{\sqrt{6}}{3}$，求与该三棱锥 6 条棱都相切的球的表面积为____________.

16. 已知正方形 $ABCD$ 边长为 $2\sqrt{2}$，MN 是正方形 $ABCD$ 的外接圆的一条动弦，$MN=2$，P 为正方形 $ABCD$ 边上的动点，则$\overrightarrow{MP}\cdot\overrightarrow{PN}$的最大值为____________.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或推演步骤.

17. **(本小题满分 12 分)**

为吸引更多优秀人才来乐山干事创业，2023 年 10 月 27 日，乐山市招才引智系列活动——教育人才专场在西南大学北碚校区招聘大厅举行，其中，甲、乙两名大学生参加了面试，10 位评委打分如茎叶图所示：

甲		乙
8 8 5 5	7	5 8 8 8
4 3 1 1 0	8	0 0 3 3 5 5
9	9	

(1)写出甲得分的中位数和乙得分的众数；

(2)现有两种方案评价选手的最终得分：

方案一：直接用 10 位评委评分的平均值；

方案二：将 10 位评委评分去掉一个最低分和一个最高分之后，取剩下 8 个评分的平均值.

请分别用以上两种方案计算两位同学的最终得分，并判断哪种评价方案更好？为什么？

18. **(本小题满分 12 分)**

已知数列$\{a_n\}$满足 $a_1=1, 2na_{n+1}=(n+1)a_n$，设 $b_n=\frac{a_n}{n}$.

(1)判断数列$\{b_n\}$是否为等比数列，并说明理由；

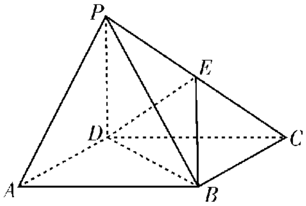
(2)求$\{a_n\}$的通项公式及其前 n 项和 S_n.

19.**(本小题满分 12 分)**

如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 是正方形,$PD\perp$底面 $ABCD$,$PD=\lambda CD$,点 E 在棱 PC 上,$PA//$平面 EBD.

(1)试确定点 E 的位置,并说明理由;

(2)求平面 PBC 与平面 PDB 所成锐二面角的余弦值的取值范围.



20.**(本小题满分 12 分)**

已知四边形 $ABCD$ 内接于圆 O,$AB=2$,$AD=\sqrt{2}$,$BD=\sqrt{10}$.

(1)若$\angle BDC=\frac{\pi}{3}$,求$\triangle BCD$ 中 BD 边上的高;

(2)求四边形 $ABCD$ 面积的最大值.

21.**(本小题满分 12 分)**

已知函数 $f(x)=\log_a x$,$g(x)=a^x$,其中实数 $a>1$.

(1)求 $h(x)=\frac{x}{g(x)}$在$(0,+\infty)$上的单调区间和极值;

(2)若方程 $g(\frac{1}{x})+xf(x)=1$ 有两个零点,求实数 a 的取值范围.

请考生在第 22—23 题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题计分.

22.**(本小题满分 10 分)**

在直角坐标系 xOy 中,已知圆 C_1 的参数方程为$\begin{cases}x=2+2\cos\alpha\\ y=1+2\sin\alpha\end{cases}$($\alpha$ 为参数),以坐标原点为极点,x 轴正半轴为极轴建立极坐标系.

(1)求 C_1 的极坐标方程;

(2)若直线 C_2 的极坐标方程为 $\theta=\frac{\pi}{4}(\rho\in\mathbf{R})$,设 C_2 与 C_1 的交点为 P,Q,求$\triangle C_1PQ$ 的面积.

23.**(本小题满分 10 分)**

已知 $f(x)=2|x-a|-x+a$,$a>0$.

(1)若曲线 $y=f(x)$与直线 $y=a$ 围成的图形面积为$\frac{8}{3}$,求 a 的值;

(2)求不等式 $f(x)>x$ 的解集.