成都石室中学 2023-2024 年度上期高 2024 届一诊模拟
文科数学（A 卷）参考答案

1.B 【解析】$A=\left\{y\left|y=2^x,x\geq 0\right.\right\}=\left\{y\left|y\geq 1\right.\right\}$，$B=\left\{x\in N\left\|2x-3\right|\leq 1\right\}=\{1,2\}$，故 $A\cap B=\{1,2\}$.故选：B.

2. A 【解析】令 $z=b\mathrm{i}(b\neq 0)$，则 $|z|=|b\mathrm{i}|=|3+4\mathrm{i}|=5$，故 $b=\pm 5$，$z\mathrm{i}=\pm 5$.故选：A.

3. D 【解析】由表中数据可得 $\bar{x}=\frac{1}{5}(2+3+4+5+6)=4$，$\bar{y}=\frac{1}{5}(15.1+16.3+17+17.2+18.4)=16.8$，

因为回归直线过样本点的中心，所以 $16.8=0.75\times 4+\hat{a}$，解得 $\hat{a}=13.8$，

所以回归直线方程为 $\hat{y}=0.75x+13.8$，

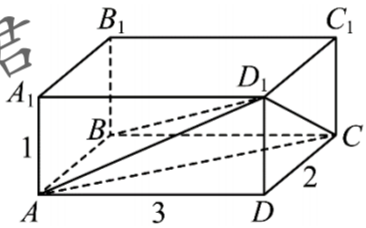
则该公司 7 月份这种型号产品的销售额为 $y=0.75\times 7+13.8=19.05$ 万元.

故选：D.

4. B 【解析】由三视图可知多面体是如图所示的三棱锥 $ABC-D_1$，由图可知

$AB=2,BC=3,AC=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$，$AD_1=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10},CD_1=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$，

$BD_1=\sqrt{1^2+3^2+2^2}=\sqrt{14}$



所以最长的棱长为 $\sqrt{14}$.

故选：B.

5. C 【解析】对于 A 选项，若 $\vec{a}\cdot\vec{c}=\vec{b}\cdot\vec{c}$，则 $\vec{c}\cdot\left(\vec{a}-\vec{b}\right)=0$，所以 $\vec{c}\perp\left(\vec{a}-\vec{b}\right)$，不能推出 $\vec{a}=\vec{b}$，故 A 错误；

对于 B 选项，$x\geq 2,y\geq 2$ 成立时，必有 $x^2+y^2\geq 4$ 成立，

反之，取 $x=3,y=0$，则 $x^2+y^2\geq 4$ 成立，但 $x\geq 2,y\geq 2$ 不成立，

因此“$x^2+y^2\geq 4$”是“$x\geq 2,y\geq 2$”的必要不充分条件，故 B 错误；

对于选项 C，因为 $f(x)=x^5+2x^4-3x^3+4x^2-x+1$，

所以可以把多项式写成如下形式：$f(x)=((((x+2)x-3)x+4)x-1)x+1$，

按照从内而外的顺序，依次计算一次多项式当 $x=2$ 的值：

$v_0=2$，$v_1=2+2=4$，$v_2=4\times 2-3=5$，$v_3=5\times 2+4=14$，故 C 正确；

对于选项 D，至少有一个黑球包含的基本事件有“一黑一红，两黑”，至少有一个红球包含的基本事件有“一黑一红，两红”，所以两事件不互斥，故 D 错误；

故选：C.

6. D 【解析】因为$2\sin\alpha-\sin\beta=\sqrt{3}$，$2\cos\alpha-\cos\beta=1$，

所以平方得，$(2\sin\alpha-\sin\beta)^2=3$，$(2\cos\alpha-\cos\beta)^2=1$，

即$4\sin^2\alpha-4\sin\alpha\sin\beta+\sin^2\beta=3$，$4\cos^2\alpha-4\cos\alpha\cos\beta+\cos^2\beta=1$，

两式相加可得$4-4\sin\alpha\sin\beta-4\cos\alpha\cos\beta+1=4$，

即$\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta=\frac{1}{4}$，

故$\cos(\alpha-\beta)=\frac{1}{4}$，

$\cos(2\alpha-2\beta)=2\cos^2(\alpha-\beta)-1=2\times\frac{1}{16}-1=-\frac{7}{8}$.

故选：D.

7. A 【解析】因为直线$y=a_1x+m$与圆$(x-2)^2+y^2=1$的两个交点关于直线$y=-\frac{x-d}{2}$对称，

所以直线$y=-\frac{x-d}{2}$经过圆心，且直线$y=a_1x+m$与直线$y=-\frac{x-d}{2}$垂直，

所以$2-d=0$，即$d=2$，且$a_1=2$，

则$S_n=2n+\frac{n(n-1)}{2}\times2=n(n+1)$，$\frac{1}{S_n}=\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$，

所以数列$\left\{\frac{1}{S_n}\right\}$的前 100 项和为$1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{100}-\frac{1}{101}=1-\frac{1}{101}=\frac{100}{101}$.

故选：A.

8. B 【解析】由图可知，$x\neq1$且$x\neq5$，

则$ax^2+bx+c=0$的两根为 1，5，

由根与系数的关系，得$-\frac{b}{a}=6$，$\frac{c}{a}=5$，

∴a，b异号，a，c同号，排除 A、C；

又 $f(0)=\frac{d}{c}<0$，∴c，d异号，排除 D，只有 B 项适合.

故选：B

9．A 【解析】正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$AB//D_1C_1, AB=D_1C_1$,所以四边形ABC_1D_1为平行四边形，所以

$AD_1//BC_1$，

又$AD_1\not\subset$平面BDC_1,$BC_1\subset$平面BDC_1,

所以 $AD_1 // $ 平面 BDC_1，即当点 P 在线段 AD_1 上运动时 d_P 恒为定值，

又 $V_{D-BPC_1}=V_{P-BDC_1}=\frac{1}{3}S_{\triangle BDC_1}\times d_P$，$S_{\triangle BDC_1}$ 也为定值，

所以三棱锥 $D-BPC_1$ 的体积为定值，①正确；

在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB\perp$ 平面 BCC_1B_1，$CB_1\subset$ 平面 BCC_1B_1，所以 $CB_1\perp AB$，

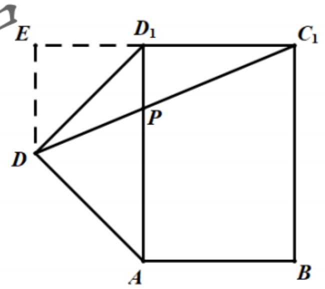
在正方形 BCC_1B_1 中：$CB_1\perp BC_1$，

又 $AB\cap BC_1=B$，$AB,BC\subset$ 平面 ABC_1D_1，所以 $CB_1\perp$ 平面 ABC_1D_1，

又 $C_1P\subset$ 平面 ABC_1D_1，所以 $C_1P\perp CB_1$，②正确；

因为点 P 在线段 AD_1 上运动，若 $P\in$ 平面 $ABCD$，则点 P 与点 A 重合，则三棱锥 C_1-PBD 的外接球即为三棱锥 C_1-ABD 的外接球，故半径为 $\sqrt{3}$，③正确；

如图所示：将三角形 ADD_1 沿 AD_1 翻折 $90°$ 得到该图形，连接 DC_1 与 AD_1 相交于点 P，此时 $|C_1P|+|DP|$ 取得最小值 DC_1，延长 C_1D_1，过 D 作 $DE\perp C_1E_1$ 于点 E，



在 $Rt\Delta DEC_1$ 中，$DC_1=\sqrt{(\sqrt{2})^2+(2+\sqrt{2})^2}=\sqrt{8+4\sqrt{2}}$，

故 $|C_1P|+|DP|$ 的最小值为 $\sqrt{8+4\sqrt{2}}$，④错误.

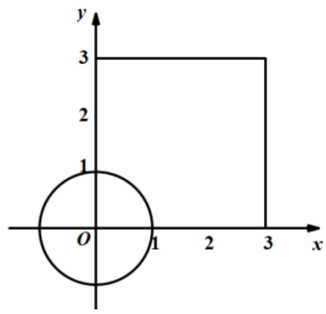
故选：A.

10. B 【解析】该程序框图相当于在[0，3]上任取 10000 对数对 (x,y)，其中满足 $x^2+y^2\le 1$ 的数对有 N 对.

显然该问题是几何概型.

不等式组 $\begin{cases}0\le x\le 3\\0\le y\le 3\end{cases}$ 所表示的区域面积为 9，

$\begin{cases}0\le x\le 3\\0\le y\le 3\\x^2+y^2\le 1\end{cases}$ 所表示的区域面积为 $\frac{\pi}{4}$，



故 $\frac{\frac{\pi}{4}}{9}\approx\frac{N}{10^4}$，因此 $N\approx\frac{2.5\times 10^3}{9}\pi$.

故选：B.

11. D 【解析】令 $f(x)=0$，得 $(\ln x)^2-\frac{a}{2}x\ln x+\frac{a}{e}x^2=0$，整理得 $(\frac{\ln x}{x})^2-\frac{a}{2}\frac{\ln x}{x}+\frac{a}{e}=0$.

令 $t=\dfrac{\ln x}{x}(x>0)$， $x>0$,原方程化为$t^2-\dfrac{a}{2}t+\dfrac{a}{\mathrm{e}}=0$.

设 $g(x)=\dfrac{\ln x}{x}(x>0)$,

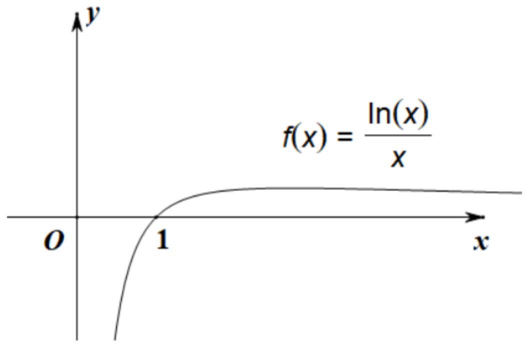
则 $g'(x)=\dfrac{1-\ln x}{x^2}$， 令 $g'(x)=0$， 解得 $x=\mathrm{e}$， 且 $g(e)=\dfrac{\ln e}{e}=\dfrac{1}{e}$，

当 $x\in(0,e)$ 时， $g'(x)>0$， 则 $g(x)$ 单调递增，

当 $x\in(\mathrm{e},+\infty)$ 时， $g'(x)<0$， 则 $g(x)$ 单调递减，

则 $g(x)$ 在 $x=e$ 时，有最大值为 $g(e)=\dfrac{1}{e}$，

画出简图，如右图所示，



因为原方程为 $t^2-\dfrac{a}{2}t+\dfrac{a}{e}=0$.

由题可知有三个零点，因此方程有两个不等实根 t_1,t_2.

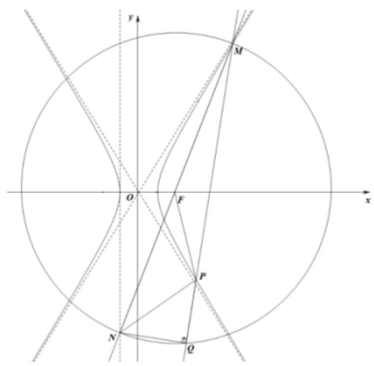
结合 $g(x)=\dfrac{\ln x}{x}(x>0)$ 图象可得： $t_1<0,\ 0<t_2<\dfrac{1}{e}$，

设 $h(t)=t^2-\dfrac{a}{2}t+\dfrac{a}{e}$， 则 $\begin{cases}h(0)<0\\ h(\frac{1}{e})>0\end{cases}$， 得到 $-\dfrac{2}{e}<a<0$，

因为 $t_1=\dfrac{\ln x_1}{x_1},\ t_2=\dfrac{\ln x_2}{x_2}=\dfrac{\ln x_3}{x_3}$， 所以

$$\frac{2\ln x_1}{x_1}+\frac{\ln x_2}{x_2}+\frac{\ln x_3}{x_3}=2t_1+2t_2=a\in\left(-\frac{2}{e},0\right).$$

故选：D.



12. A 【解析】由题可知，点 Q 在以 MN 为直径的圆上，故 $\angle NQP=90^\circ$， 连接 FP 、 NP ，如图所示，

可得 $|PM|\cdot|PQ|=-\left|\overrightarrow{PM}\right|\cdot\left|\overrightarrow{PN}\right|\cdot\cos\angle MPN=-\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{PN}$， 其中

$$-\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{PN}=-\left(\overrightarrow{PF}+\overrightarrow{FM}\right)\cdot\left(\overrightarrow{PF}+\overrightarrow{FN}\right)=-\left(\overrightarrow{PF}+\overrightarrow{FM}\right)\cdot\left(\overrightarrow{PF}-\overrightarrow{FM}\right)=-\left(\overrightarrow{PF}^2-\overrightarrow{FM}^2\right)$$

$$=\overrightarrow{FM}^2-\overrightarrow{PF}^2=81-\overrightarrow{PF}^2,$$

由图可知，当点 P 运动到双曲线右顶点时，即当 $\left|\overrightarrow{PF}\right|=1$ 时， $|PM|\cdot|PQ|$ 取最大值为 80.

故选：A.

13. $(0,1)$ 【解析】抛物线 $y=\dfrac{1}{4}x^2$ 的标准方程为 $x^2=4y$， 焦点在 y 轴正半轴上，焦点坐标为 $(0,1)$.

14．3【解析】由题意得，甲的中位数为：$\dfrac{12+20}{2}=16$，故乙的中位数$\dfrac{19+10+y}{2}=16$①

$\overline{x_{甲}}=\dfrac{7+12+12+20+20+x+31}{6}=\dfrac{102+x}{6}$，

$\overline{x_{乙}}=\dfrac{8+9+19+10+y+25+28}{6}=\dfrac{99+y}{6}$，

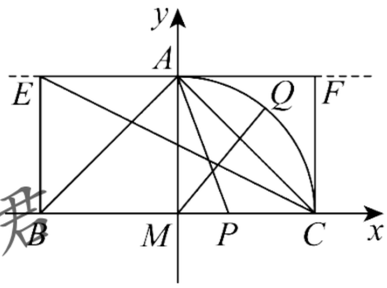
因为平均数相同，所以$\dfrac{102+x}{6}=\dfrac{99+y}{6}$②，

由①②可得$y=3$，$x=0$，

所以$x+y=3$，

故答案为：3.

15．$\left[0,\sqrt{10}\right]$【解析】以M为圆心，以MA,MC为x,y轴，建立如图所示的平面直角坐标系，



由于$AB=AC=2$，所以$BC=2\sqrt{2},BM=CM=\sqrt{2}$，

由于点Q在$\overset{\frown}{AC}$，不妨设$Q\left(\sqrt{2}\cos\theta,\sqrt{2}\sin\theta\right)$，$\theta\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$，

$A\left(0,\sqrt{2}\right),P\left(a,0\right)$，其中$-\sqrt{2}\le a\le\sqrt{2}$，

$\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{MQ}=\left(a,-\sqrt{2}\right)+\left(\sqrt{2}\cos\theta,\sqrt{2}\sin\theta\right)=\left(a+\sqrt{2}\cos\theta,-\sqrt{2}+\sqrt{2}\sin\theta\right)$，

所以$\left|\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{MQ}\right|=\sqrt{\left(a+\sqrt{2}\cos\theta\right)^2+\left(-\sqrt{2}+\sqrt{2}\sin\theta\right)^2}$，

$\sqrt{\left(a+\sqrt{2}\cos\theta\right)^2+\left(-\sqrt{2}+\sqrt{2}\sin\theta\right)^2}$可看作是$\overset{\frown}{AC}$上的点$Q\left(\sqrt{2}\cos\theta,\sqrt{2}\sin\theta\right)$到点$R\left(-a,\sqrt{2}\right)$的距离，

由于点$R\left(-a,\sqrt{2}\right)$在线段$y=\sqrt{2}\left(-\sqrt{2}\le x\le\sqrt{2}\right)$上运动，

故当点$R\left(-a,\sqrt{2}\right)$运动到点$E\left(-\sqrt{2},\sqrt{2}\right)$时，此时距离最大，为$CE=\sqrt{CF^2+EF^2}=\sqrt{\left(\sqrt{2}\right)^2+\left(2\sqrt{2}\right)^2}=\sqrt{10}$，

当点$R\left(-a,\sqrt{2}\right)$运动到点$A\left(0,\sqrt{2}\right)$时，此时距离最小为0，

综上可知：$\left|\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{MQ}\right|\in\left[0,\sqrt{10}\right]$.

16．1【解析】因为$f(-x)=\mathrm{e}^{-x}-\mathrm{e}^{-(-x)}-2\sin(-x)=\mathrm{e}^{-x}-\mathrm{e}^{x}+2\sin x=-f(x)$，

所以$f(x)$为$\mathbf{R}$上的奇函数.

又$f'(x)=\mathrm{e}^{x}+\mathrm{e}^{-x}-2\cos x\ge2\sqrt{\mathrm{e}^{x}\cdot\mathrm{e}^{-x}}-2\cos x=2-2\cos x\ge0$，

所以$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$上单调递增.

不等式$f(a-x^2\mathrm{e}^{x})+f(2\ln x+x)\le0$对任意的$x\in(0,+\infty)$恒成立，

即 $f(2\ln x+x)\le f(x^2e^x-a)$ 对任意的 $x\in(0,+\infty)$ 恒成立，

所以 $2\ln x+x\le x^2e^x-a$ 对任意的 $x\in(0,+\infty)$ 恒成立，

即 $a\le x^2e^x-(2\ln x+x)=e^{\ln x^2}\cdot e^x-(2\ln x+x)=e^{2\ln x+x}-(2\ln x+x)$ 对任意的 $x\in(0,+\infty)$ 恒成立.

令 $h(x)=e^x-x$，所以 $h'(x)=e^x-1$，

所以当 $x>0$ 时，$h'(x)>0$，$h(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上为增函数；

当 $x<0$ 时，$h'(x)<0$，$h(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上为减函数.

所以 $h(x)_{\min}=h(0)=e^0-0=1$，

设 $g(x)=2\ln x+x$，显然 $g(x)$ 为 $(0,+\infty)$ 上的增函数，

因为 $g(\frac{1}{e})=2\ln\frac{1}{e}+\frac{1}{e}=-2+\frac{1}{e}<0$，$g(1)=1>0$，所以存在 $x_0\in(\frac{1}{e},1)$，使得 $g(x_0)=2\ln x_0+x_0=0$，

所以 $[e^{2\ln x+x}-(2\ln x+x)]_{\min}=1$，此时 $2\ln x+x=0$，

所以 $a\le1$，即 a 的最大值为 1.

故答案为：1.

17．解：（1）$\because\vec{a}//\vec{b}$，$\therefore\sqrt{3}\cos x=-2\sin x$，则 $\tan x=-\frac{\sqrt{3}}{2}$；--2 分

$$\cos2x=\cos^2x-\sin^2x=\frac{\cos^2x-\sin^2x}{\sin^2x+\cos^2x}=\frac{1-\tan^2x}{\tan^2x+1}=\frac{1-\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}{\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+1}=\frac{1}{7}$$.--5 分

（2）$f(x)=(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{a}=(\sin x+\sqrt{3}\cos x)\sin x+(1-2)\times1=\sin^2x+\sqrt{3}\sin x\cos x-1$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin2x-\frac{1}{2}\cos2x-\frac{1}{2}=\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)-\frac{1}{2}$，--7 分

又 $f(A)=\frac{1}{2}$，所以 $\sin\left(2A-\frac{\pi}{6}\right)=1$，$A\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，得 $2A-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}$，即 $A=\frac{\pi}{3}$，-----------------------------------8 分

因为 $a=2$，且由余弦定理 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$ 可知，$4=b^2+c^2-2bc\cos\frac{\pi}{3}$，

所以 $b^2+c^2=4+bc$，

由基本不等式可得 $b^2+c^2=4+bc\ge2bc$，

所以 $bc\le4$，（当且仅当 $b=c=2$ 时取等）---11 分

故 $\left(S_{\Delta ABC}\right)_{\max}=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}\times 4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$，

即 ΔABC 面积最大值为 $\sqrt{3}$.--12 分

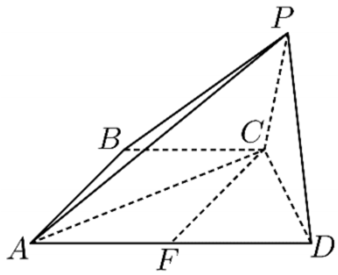
（注：若求角的函数值域问题，按步骤对应给分）

18.（1）证明：取 AD 中点为 F，连接 AC，CF，由 $AD=2BC$ 得 $AF\parallel BC$ 且 $AF=BC$.

∴四边形 $ABCF$ 为平行四边形，

∴ $CF=AF=DF$ ，

∴ $AC\perp CD$ ，------------------------------------2 分



又因为二面角 $P-CD-B$ 为直二面角，且平面 $PCD\cap$ 平面 $ABCD=CD$ ，

∴ $AC\perp$ 平面 PCD，因为 $PD\subset$ 平面 PCD，

所以 $AC\perp PD$.------------------------------------5 分

(2) 解：过点 C 作 $CE\perp AP$ 于点 E ,过点 P 作 $PH\perp CD$ 于点 H ,连接 AH

因为 $PH\subset$ 平面PCD ,所以 $PH\perp$ 平面ACD，---6 分

所以 $V_{P-ABC}=\frac{1}{3}\times S_{\Delta ABC}\times PH=\frac{1}{3}\times(\frac{1}{2}\times1\times1)\times\frac{\sqrt{6}}{2}=\frac{\sqrt{6}}{12}$.--7 分

因为 $AC=PC=\sqrt{2}$,

在 $Rt\Delta ACH$ 中， $AH=\sqrt{AC^2+CH^2}=\sqrt{2+\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{10}}{2}$,

在 $Rt\Delta PAH$ 中， $AP=\sqrt{AH^2+PH^2}=\sqrt{\frac{3}{2}+\frac{5}{2}}=2$,

所以 $S_{\Delta PAC}=\frac{1}{2}\times2\times1=1$.--9 分

令点 B 到平面 PCA 距离为 d ，

所以 $V_{P-ABC}=V_{B-PCA}=\frac{1}{3}\times S_{\Delta PCA}\times d$ ，

$d=\frac{3V_{P-ABC}}{S_{\Delta PCA}}=\frac{3\times\frac{\sqrt{6}}{12}}{1}=\frac{\sqrt{6}}{4}$ ， --11 分

即点 B 到平面 PCA 距离为 $\frac{\sqrt{6}}{4}$.----------------12 分

19．解：（1）$\bar{x}=\frac{2+4+5+6+8}{5}=5$，$\bar{y}=\frac{3+4+4+4+5}{5}=4$，----------------1 分

所以 $\sum_{i=1}^{5}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})=-3\times(-1)+(-1)\times0+0\times0+0+3\times1=6$，

由于 $\sum_{i=1}^{5}(x_i-\bar{x})^2=9+1+0+1+9=20$，$\sum_{i=1}^{5}(y_i-\bar{y})^2=1+0+0+0+1=\sqrt{2}$----------------3 分

相关系数 $r=\frac{\sum_{i=1}^{5}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{5}(x_i-\bar{x})^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{5}(y_i-\bar{y})^2}}=\frac{6}{2\sqrt{5}\times\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{9}{10}}\approx0.95$，----------------5 分

因为 $r>0.75$，所以 y 与 x 具有较强的线性相关关系．----------------6 分

（2）将地点 1，2，3，4，5 分别记为 A，B，C，D，E，----------------7 分

任抽 2 个地点的可能情况有：(A,B)，(A,C)，(A,D)，(A,E)，(B,C)，(B,D)，(B,E)，(C,D)，

(C,E)，(D,E)，共 10 种情况，----------------9 分

其中在地点 3，4，5，甲型无人机指标数均高于乙型运输机指标数，即 (C,D)，(C,E)，(D,E) 3 种情况，

----------------11 分

令甲型无人机指标数均高于乙型无人机指标数为事件 M，

故所求概率 $P(M)=\frac{3}{10}$．----------------12 分

20．解：（1）函数 $f(x)=x^2-x\cos x+\sin x-1$，因为 $f(0)=-1$，所以切点为 $(0,-1)$，----------------1 分

由 $f'(x)=2x-\cos x-x\sin x+\cos x=x(2-\sin x)$，$x\in\mathbf{R}$，得 $f'(0)=0$，

所以曲线在点 $(0,f(0))$ 处的切线斜率为 0，----------------2 分

所以曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,f(0))$ 处的切线方程为 $y=-1$．----------------3 分

（2）由（1）可知 $f'(x)=2x-\cos x-x\sin x+\cos x=x(2-\sin x)$，$x\in\mathbf{R}$，

因为 $\sin x\in[-1,1]$，所以 $2-\sin x>0$，令 $f'(x)=0$，则 $x=0$．----------------4 分

当 $x\in(-\infty,0)$ 时，$f'(x)<0$，$f(x)$ 单调递减；

当 $x\in(0,+\infty)$ 时，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增；

又因为 $f(0)=-1<0$，$f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\pi^2}{4}>0, f\left(-\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\pi^2}{4}-2>0$，--6 分

所以，由零点存在定理可知，存在唯一的 $x_1\in\left(-\frac{\pi}{2},0\right)$ 使得 $f(x_1)=0$，存在唯一的 $x_2\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 使得 $f(x_2)=0$．故函数 $f(x)$ 有且仅有两个零点．--7 分

（3）因为 $x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$，当 $x=0$ 时，由 $f(0)=-1\geq 1-2a$ 得 $a\geq 1$--9 分

下面证明：当 $a\geq 1$ 时，对于任意 $x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$，$f(x)\geq 1-2a$ 恒成立,

即证 $ax^2-x\cos x+\sin x-1\geq 1-2a$，即证 $\left(x^2+2\right)a-x\cos x+\sin x-2\geq 0$；

而当 $a\geq 1$ 时，$\left(x^2+2\right)a-x\cos x+\sin x-2\geq x^2+2-x\cos x+\sin x-2=x^2-x\cos x+\sin x$，------------10 分

由（2）知，$x^2-x\cos x+\sin x\geq 0$；所以 $a\geq 1$ 时，$\left(x^2+2\right)a-x\cos x+\sin x-2\geq 0$ 恒成立；

综上所述，$a\in[1,+\infty)$．--12 分

21．解：（1）因为 P 为 $\triangle ABC$ 的重心，且边 AC, AB 上的两条中线长度之和为 6，

所以 $|PB|+|PC|=\frac{2}{3}\times 3\sqrt{6}=2\sqrt{6}>|BC|$,--1 分

故由椭圆的定义可知 P 的轨迹 Γ 是以 $B(-2,0), C(2,0)$ 为焦点的椭圆（不包括长轴的端点），

且 $a=\sqrt{6}, c=2$，所以 $b=\sqrt{2}$，--2 分

所以 P 的轨迹 Γ 的方程为 $\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{2}=1\left(x\neq\pm\sqrt{6}\right)$.--4 分，未挖点扣 1 分

（2）①依题意，设直线 DE 方程为 $x=my+2(m\neq 0)$.

联立 $\begin{cases}x=my+2\\ \frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{2}=1\end{cases}$，得 $\left(m^2+3\right)y^2+4my-2=0$，

易知 $\Delta=16m^2+8\left(m^2+3\right)=24\left(m^2+1\right)>0$

设 $D(x_1,y_1)$，$E(x_2,y_2)$，则 $y_1+y_2=-\frac{4m}{m^2+3}$，$y_1\cdot y_2=-\frac{2}{m^2+3}$.--5 分

因为 $DM\perp x$ 轴， $EN\perp x$ 轴，

所以 $M\left(x_1,0\right)$， $N\left(x_2,0\right)$.

所以直线 DN： $y=\frac{y_1}{x_1-x_2}\left(x-x_2\right)$，

直线 EM： $y=\frac{y_2}{x_2-x_1}\left(x-x_1\right)$，

联立解得 $x_Q=\frac{x_1y_2+x_2y_1}{y_1+y_2}=\frac{\left(my_1+2\right)y_2+\left(my_2+2\right)y_1}{y_1+y_2}=2+\frac{2my_1y_2}{y_1+y_2}=3$.--------------------------------7 分

从而点 Q 在定直线 $x=3$ 上. --8 分

②因为 $S_{\Delta DEQ}=\frac{1}{2}|EN|\cdot\left|x_Q-x_1\right|=\frac{1}{2}\left|y_2\right|\cdot\left|3-x_1\right|=\frac{1}{2}\left|y_2-my_1y_2\right|$， --9 分

又 $\frac{my_1y_2}{y_1+y_2}=\frac{1}{2}$，则 $S_{\Delta DEQ}=\frac{1}{2}\left|y_1-\frac{y_1+y_2}{2}\right|=\frac{1}{4}\left|y_1-y_2\right|=\frac{1}{4}\sqrt{\left(y_1-y_2\right)^2}=\frac{\sqrt{6}}{2}\frac{\sqrt{m^2+1}}{m^2+3}$，

--10 分

设 $\sqrt{m^2+1}=t>1$，则 $S_{\Delta DEQ}=\frac{\sqrt{6}}{2}\cdot\frac{t}{t^2+2}=\frac{\sqrt{6}}{2}\cdot\frac{1}{t+\frac{2}{t}}\le\frac{\sqrt{3}}{4}$，

当且仅当 $t=\frac{2}{t}$，即 $m=\pm1$ 时，等号成立.

故 ΔDEQ 面积的最大值为 $\frac{\sqrt{3}}{4}$.---12 分

22．解：（1）令 $x=0$，则 $t^2-2t-3=0$，解得 $t=3$，或 $t=-1$（舍），

则 $y=3^2-3-2=4$，即 $B\left(0,4\right)$， --2 分

令 $y=0$，则 $t^2-t-2=0$，解得 $t=2$，或 $t=-1$（舍），

则 $x=2^2-2\times2-3=-3$，即 $A\left(-3,0\right)$， --4 分

$\therefore |AB|=\sqrt{\left(0+3\right)^2+\left(4-0\right)^2}=5$.---5 分

（2）曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho^2=\frac{16}{1+3\cos^2\theta}$，即 $\left(\rho\sin\theta\right)^2+4\left(\rho\cos\theta\right)^2=16$，

由 $x=\rho\cos\theta$， $y=\rho\sin\theta$ 得 C_2 的普通方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{16}=1$， --6 分

设 C_2 上点的坐标为 $(2\cos\theta, 4\sin\theta)$，----------7 分

由（1）知直线 AB 的方程为 $4x-3y+12=0$，

令 C_2 上的点 P 到直线 AB 的距离为 d，

则 $d=\dfrac{|8\cos\theta-12\sin\theta+12|}{5}=\dfrac{|4\sqrt{13}\cos(\theta+\varphi)+12|}{5}$，----------9 分

所以 C_2 上的点 P 到直线 AB 的距离为 $\left[0,\dfrac{4\sqrt{13}+12}{5}\right]$.----------10 分

23．解：（1）当 $a=\dfrac{1}{2}$ 时，不等式 $f(x)\le 8$ 可化为 $|x+2|+|x-3|\le 8$，

$\therefore \begin{cases}x\le -2\\1-2x\le 8\end{cases}$，或 $\begin{cases}-2<x<3\\5\le 8\end{cases}$，或 $\begin{cases}x\ge 3\\2x-1\le 8\end{cases}$，----------2 分

解得 $-\dfrac{7}{2}\le x\le -2$ 或 $-2<x<3$ 或 $3\le x\le \dfrac{9}{2}$，----------4 分

求并集得：$-\dfrac{7}{2}\le x\le \dfrac{9}{2}$，

所以原不等式的解集为 $\left[-\dfrac{7}{2},\dfrac{9}{2}\right]$.----------5 分

（2）因为 $f(x)=|x+4a|+\left|x-\dfrac{9}{4a+1}\right|\ge\left|x+4a-x+\dfrac{9}{4a+1}\right|=\left|4a+\dfrac{9}{4a+1}\right|$，

当且仅当 $(x+4a)\cdot\left(x-\dfrac{9}{4a+1}\right)\le 0$ 时，即 $-4a\le x\le\dfrac{9}{4a+1}$ 时取到最小值，----------6 分

又因为 $a>0$，所以 $f(x)_{\min}=4a+\dfrac{9}{4a+1}$，所以 $m=4a+\dfrac{9}{4a+1}$，----------7 分

所以 $(m+1)^2+16a^2+8a+1=\left(4a+\dfrac{9}{4a+1}+1\right)^2+16a^2+8a+1=2(4a+1)^2+\left(\dfrac{9}{4a+1}\right)^2+18$，

因为 $2(4a+1)^2+\left(\dfrac{9}{4a+1}\right)^2+18\ge 2\sqrt{2(4a+1)^2\cdot\left(\dfrac{9}{4a+1}\right)^2}+18=18\sqrt{2}+18$，----------9 分

当且仅当 $2(4a+1)^2=\left(\dfrac{9}{4a+1}\right)^2$ 时，即 $a=\dfrac{3}{4\sqrt[4]{2}}-\dfrac{1}{4}$ 时，

$(m+1)^2+16a^2+8a+1$ 的最小值为 $18\sqrt{2}+18$.----------10 分