成都石室中学 2023-2024 年度上期高 2024 届一诊模拟

数学试题（文）

（总分：150 分，时间：120 分钟 ）

第 I 卷（共 60 分）

一、选择题（本题共 12 道小题，每小题 5 分，共 60 分）

1．已知集合 $A=\left\{y\middle|y=2^x\right\},B=\left\{x\in\mathrm{N}\middle|\left|2x-3\right|\le1\right\}$，则 $A\cap B=$（　）

A．$\{0,1,2\}$　　B．$\{1,2\}$　　C．$\{1,2,3\}$　　D．$[1,2]$

2．已知纯虚数 z 满足 $|z|=|3+4\mathrm{i}|$，则 $z\mathrm{i}=$（　）

A．±5　　B．$3-4\mathrm{i}$　　C．$-4+3\mathrm{i}$　　D．$\pm5\mathrm{i}$

3．某公司一种型号的产品近期销售情况如表：

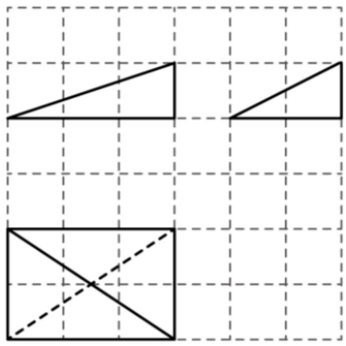
月份 x	2	3	4	5	6
销售额 y（万元）	15.1	16.3	17.0	17.2	18.4

根据上表可得到回归直线方程 $\hat{y}=0.75x+\hat{a}$，据此估计，该公司 7 月份这种型号产品的销售额约为（　）

A．18.85 万元　　B．19.3 万元　　C．19.25 万元　　D．19.05 万元

4．如图，网格纸上绘制的是一个多面体的三视图，网格小正方形的边长为 1，则该多面体最长的棱长为（　）

A．$\sqrt{10}$　　B．$\sqrt{14}$　　C．$\sqrt{13}$　　D．$\sqrt{15}$



5．下列说法正确的是（　）

A．已知非零向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$，若 $\vec{a}\cdot\vec{c}=\vec{b}\cdot\vec{c}$，则 $\vec{a}=\vec{b}$

B．设 x，$y\in\mathrm{R}$，则“$x^2+y^2\ge4$”是“$x\ge2$ 且 $y\ge2$”的充分不必要条件

C．用秦九韶算法求这个多项式 $f(x)=x^5+2x^4-3x^3+4x^2-x+1$ 的值，当 $x=2$ 时，v_3 的值为 14

D．从装有 2 个红球和 2 个黑球的口袋内任取 2 个球，“至少有一个黑球”与“至少有一个红球”是两个互斥且不对立的事件

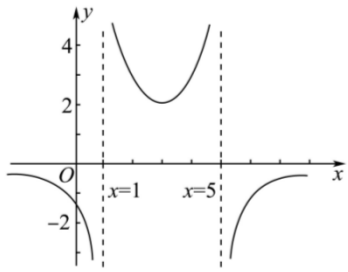
6．已知 $2\sin\alpha-\sin\beta=\sqrt{3}$，$2\cos\alpha-\cos\beta=1$，则 $\cos(2\alpha-2\beta)=$（　）

A．$-\dfrac{1}{8}$　　B．$\dfrac{\sqrt{15}}{4}$　　C．$\dfrac{1}{4}$　　D．$-\dfrac{7}{8}$

7．公差为 d 的等差数列 $\{a_n\}$ 的首项为 a_1，其前 n 项和为 S_n，若直线 $y=a_1x+m$ 与圆 $(x-2)^2+y=1$ 的两个交

点关于直线 $y=-\dfrac{x-d}{2}$ 对称，则数列 $\left\{\dfrac{1}{S_n}\right\}$ 的前 100 项和等于（　）

A．$\dfrac{100}{101}$　　B．$\dfrac{99}{100}$　　C．$\dfrac{98}{99}$　　D．1



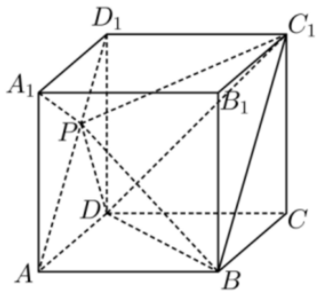
8．已知函数 $f(x)=\dfrac{d}{ax^2+bx+c}(a,b,c,d\in\mathbf{R})$ 的图象如图所示，则（　）

A．$a>0$，$b>0$，$c<0$，$d<0$　　B．$a<0$，$b>0$，$c<0$，$d>0$

C．$a<0$，$b>0$，$c>0$，$d>0$　　D．$a>0$，$b<0$，$c>0$，$d>0$

9．如图，棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 P 在线段 AD_1 上运动，以下四个命题：

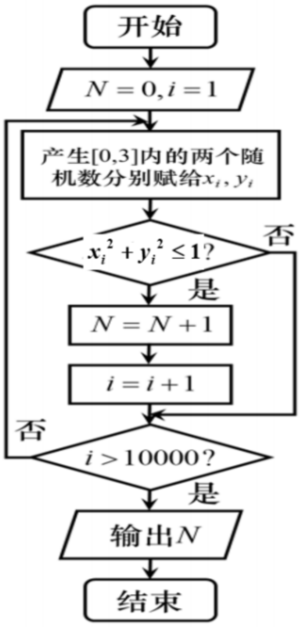
①三棱锥 $D-BPC_1$ 的体积为定值；② $C_1P\perp CB_1$；③若 $P\in$ 平面 $ABCD$，则三棱锥 C_1-PBD 的外接球半径为 $\sqrt{3}$；④ $|C_1P|+|DP|$ 的最小值为 $\sqrt{2}+\sqrt{5}$．其中真命题有（　）



A．①②③　　B．①②④　　C．①②③④　　D．③④

10．执行如图所示的程序框图，则输出 N 的值与下面的哪个数最接近？（　）

A．$\dfrac{10^4}{9}p$　　B．$\dfrac{2.5´\,10^3}{9}p$　　C．$\dfrac{5´\,10^3}{9}p$　　D．$\dfrac{4´\,10^3}{9}p$



11．已知函数 $f(x)=(\ln x)^2-\dfrac{a}{2}x\ln x+\dfrac{a}{e}x^2$ 有三个零点 x_1,x_2,x_3，且 $x_1<x_2<x_3$，则 $\dfrac{2\ln x_1}{x_1}+\dfrac{\ln x_2}{x_2}+\dfrac{\ln x_3}{x_3}$ 的取值范围是（　）

A．$\left(-\dfrac{1}{e^2-e},0\right)$　　B．$\left(-\dfrac{1}{e^2},0\right)$　　C．$\left(-\dfrac{1}{2e},0\right)$　　D．$\left(-\dfrac{2}{e},0\right)$

12．已知双曲线 $x^2-\dfrac{y^2}{3}=1$ 的右焦点为 F，$M(5,6\sqrt{2})$，直线 MF 与抛物线 $y^2=4x$ 的准线交于点 N，点 P 为双曲线上一动点，且点 P 在以 MN 为直径的圆内，直线 MP 与以 MN 为直径的圆交于点 M,Q，则 $|PM|\cdot|PQ|$ 的最大值为（　）

A．80　　B．81　　C．72　　D．71

第Ⅱ卷（共 90 分）

二、填空题（本题共 4 道小题，每小题 5 分，共 20 分）

13．抛物线 $y=\dfrac{1}{4}x^2$ 的焦点坐标为________________．

14．如图所示的茎叶图记录着甲、乙两支篮球是各 6 名球员某份比赛的得分数据（单位：分）.若这两组数据的中位数相等，且平均值也相等，则 $x+y=$______．

甲队		乙队
7	0	8　9
2　2	1	9　y
0　x	2	5　8
1	3	

15．在等腰直角三角形 ABC 中，$AB=2$，M 为斜边 BC 的中点，以 M 为圆心，MA 为半径作 $\overset{\frown}{AC}$，点 P 在

线段 BC 上，点 Q 在 $\overset{\frown}{AC}$ 上，则 $\left|\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{MQ}\right|$ 的取值范围是 ________.

16. 已知函数 $f(x)=e^x-e^{-x}-2\sin x$，不等式 $f(a-x^2e^x)+f(2\ln x+x)\le 0$ 对任意的 $x\in(0,+\infty)$ 恒成立，则 a 的最大值为_______.

三、解答题（本题共 6 道小题，共 70 分）

17.（本小题满分 12 分）已知向量 $\vec{a}=(\sin x,1)$，$\vec{b}=\left(\sqrt{3}\cos x,-2\right)$，函数 $f(x)=\left(\vec{a}+\vec{b}\right)\cdot\vec{a}$.

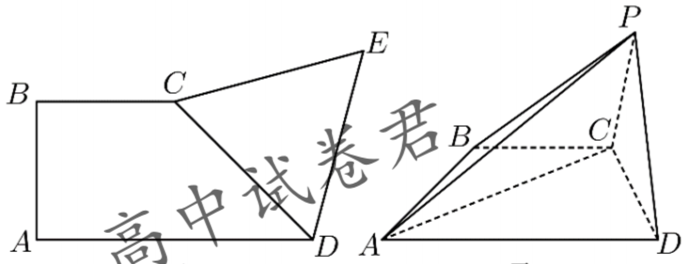
(1)若 $\vec{a}//\vec{b}$，求 $\cos 2x$ 的值；

(2) a，b，c 为 ΔABC 的内角 A，B，C 的对边，$a=2$，且 $f(A)=\dfrac{1}{2}$，求 ΔABC 面积的最大值.

18.（本小题满分 12 分）下图甲是由直角梯形 $ABCD$ 和等边三角形 CDE 组成的一个平面图形，其中 $BC//AD$，$AB\perp BC$，$AD=2BC=2AB=2$，将 ΔCDE 沿 CD 折起使点 E 到达点 P 的位置（如图乙），使二面角 $P-CD-B$ 为直二面角.

(1)证明： $AC\perp PD$；

(2)求点 B 到平面 PAC 的距离.



甲　　乙

19.（本小题满分 12 分）石室中学社团为庆祝石室中学 2166 年校庆，为同学们准备了礼物，计划采用无人机空投的形式发放，进行游戏.现有甲、乙两种类型无人机性能都比较出色，但为了确保实际空投过程中的学生安全得到保障，需预先进行测试。现在社团分别收集了甲、乙两种类型无人机在 5 个不同的地点测试的某项指标数 x_i，$y_i\,(i=1,2,3,4,5)$，数据如下表所示：

	地点 1	地点 2	地点 3	地点 4	地点 5
甲型无人机指标数 x	2	4	5	6	8
乙型无人机指标数 y	3	4	4	4	5

(1)试求 y 与 x 间的相关系数 r，并利用 r 说明 y 与 x 是否具有较强的线性相关关系；（若 $|r|>0.75$，则线性相关程度很高）

(2)从这 5 个地点中任抽 2 个地点，求抽到的这 2 个地点，甲型无人机指标数均高于乙型无人机指标数的概率.

附：相关公式及数据：$r=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}\left(x_i-\bar{x}\right)\left(y_i-\bar{y}\right)}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n}\left(x_i-\bar{x}\right)^2}\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n}\left(y_i-\bar{y}\right)^2}}$，$\sqrt{0.9}\approx0.95$.

20．（本小题满分 12 分）已知函数 $f\left(x\right)=ax^2-x\cos x+\sin x-1$.

(1)若 $a=1$ 时，求曲线 $y=f\left(x\right)$ 在点 $\left(0,f\left(0\right)\right)$ 处的切线方程；

(2)若 $a=1$ 时，求函数 $f\left(x\right)$ 的零点个数；

(3)若对于任意 $x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$，$f(x)\geq1-2a$ 恒成立，求 a 的取值范围.

21．（本小题满分 12 分）已知 $B\left(-2,0\right),C\left(2,0\right)$ 为 ΔABC 的两个顶点，P 为 ΔABC 的重心，边 AC,AB 上的两条中线长度之和为 $3\sqrt{6}$.

(1)求点 P 的轨迹 Γ 的方程；

(2)过 C 作不平行于坐标轴的直线交 Γ 于 D，E 两点，若 $DM\perp x$ 轴于点 M，$EN\perp x$ 轴于点 N，直线 DN 与 EM 交于点 Q.

①求证：点 Q 在一条定直线上，并求此定直线；

②求 ΔDEQ 面积的最大值.

选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答.如果多做，则按所做的第一题计分.

[选修 4-4：坐标系与参数方程]（10 分）

22．（本小题满分 10 分）在直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=t^2-2t-3\\y=t^2-t-2\end{cases}$（$t$ 为参数且 $t\neq-1$），C_1 分别与 x 轴、y 轴交于 A、B 两点．以坐标原点 O 为极点，x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho^2=\dfrac{16}{1+3\cos^2\theta}$.

(1)C_1 与坐标轴交于 A，B 两点，求 $|AB|$；

(2)求 C_2 上的点 P 到直线 AB 距离的范围.

[选修 4-5：不等式选讲]（10 分）

23．（本小题满分 10 分）已知函数 $f\left(x\right)=\left|x+4a\right|+\left|x-\dfrac{9}{4a+1}\right|(a>0)$.

(1)当 $a=\dfrac{1}{2}$ 时，求不等式 $f\left(x\right)\le 8$ 的解集；

(2)若 $f\left(x\right)$ 的最小值为 m，求 $\left(m+1\right)^2+16a^2+8a+1$ 的最小值.