2023-2024学年度2024届高三（上）一诊模拟试卷

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分，共150分，考试时间120分钟.

第Ⅰ卷

一、选择题(本大题共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)

1. 已知集合 $A=\{x\in Z\,|\,x^2-2x-3<0\}$，则集合 A 的子集个数为（　）

A．3　　B．4　　C．8　　D．16

2. 已知a为实数，若复数$(a+i)(1-2i)$为纯虚数，则$a=$（　）

A．-2　　B．$-\frac{1}{2}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．2

3. 与 $y=\frac{1}{\sqrt[4]{x}}$ 有相同定义域的函数是（　）

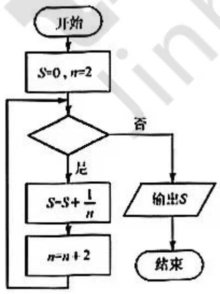
A．$y=x^{\frac{2}{3}}$　　B．$y=(\sqrt{x})^2$　　C．$y=\lg(10^x)$　　D．$y=e^{\ln x}$

4. 若向量 $\vec{a},\vec{b}$ 满足：$|\vec{a}|=1,(\vec{a}+\vec{b})\perp\vec{a},|2\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{10}$，则 $|\vec{b}|=$（　）

A．2　　B．$\sqrt{2}$　　C．10　　D．$\sqrt{10}$

5. 阅读如图所示的程序框图，运行相应的程序，若输出的 S 为 $\frac{11}{12}$，则判断框中填写的内容可以是（　）

A．$n\le 4$?　　B．$n<5$?　　C．$n<6$?　　D．$n\le 8$?



6. 已知 $a,b,c\in\mathbf{R}$，则“$a\le b$”的必要不充分条件可以是（　）

A．$\frac{1}{a}\le\frac{1}{b}$　　B．$ac\le bc$　　C．$ac^2<bc^2$　　D．$a^2\le b^2$

7. 抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$ 的顶点为 O，斜率为1的直线 l 过点 $(2p,0)$，且与抛物线 C 交于 A,B 两点，若 ΔOAB 的面积为 $8\sqrt{5}$，则该抛物线的准线方程为（　）

A．$x=-1$　　B．$x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C．$x=-2$　　D．$x=-\sqrt{2}$

8. 设 m,n 是两条不相同的直线，α,β 是两个不重合的平面，则下列命题错误的是（　）

A. 若$m\perp\alpha,n//\beta,\alpha//\beta$，则$m\perp n$

B. 若$n//\alpha,n\perp\beta$，则$\alpha\perp\beta$

C. 若m、n是异面直线，$m\subset\alpha,m//\beta,n\subset\beta,n//\alpha$，则$\alpha//\beta$.

D. 若$m\perp n,m\perp\beta$，则$n//\beta$

9. 某人根据自己爱好，希望从$\{W,X,Y,Z\}$中选2个不同字母，从$\{0,2,6,8\}$中选3 个不同数字编拟车牌号，要求前3位是数字，后两位是字母，且数字2不能排在首位，字母Z和数字2不能相邻，那么满足要求的车牌号有（　）

A. 198 个　　B. 180 个　　C. 216 个　　D. 234 个

10. 已知$\alpha-\beta=\dfrac{\pi}{3}$，$\tan\alpha-\tan\beta=3\sqrt{3}$，则$\cos(\alpha+\beta)$的值为（　）

A. $\dfrac{1}{2}$　　B. $\dfrac{1}{3}$　　C. $-\dfrac{1}{4}$　　D. $-\dfrac{1}{6}$

11. 已知双曲线C：$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>0,b>0)$的左焦点为$F$，过$F$的直线与圆$x^2+y^2=a^2$相切于点$Q$，与双曲线的右支交于点$P$，若$|PQ|=2|QF|$，则双曲线$C$的离心率为（　）

A. $\dfrac{\sqrt{13}}{3}$　　B. $\dfrac{\sqrt{13}}{2}$　　C. $\dfrac{3}{2}$　　D. $\dfrac{4}{3}$

12. 与曲线在某点处的切线垂直，且过该点的直线称为曲线在某点处的法线，关于曲线的法线有下列4种说法：

①存在一类曲线，其法线恒过定点；

②若曲线$y=x^4$的法线的纵截距存在，则其最小值为$\dfrac{3}{4}$；

③存在唯一一条直线既是曲线$y=e^x$的法线，也是曲线$y=\ln x$的法线；

④曲线$y=\sin x$的任意法线与该曲线的公共点个数为1.

其中说法正确的个数是（　）

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

第 II 卷

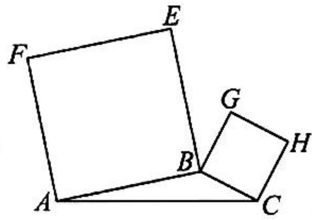
二、填空题(本大题共4小题，每小题5分，共20分)

13. 若x，y满足约束条件$\begin{cases}x-3y+2\le 0,\\ x-y\le 0,\\ y\ge 0,\end{cases}$ 则$z=x-2y$的最大值为__________.

14. $(x-2y)(2x+y)^5$的展开式中x^2y^4的系数为__________.(用数字作答)

15. 半球的表面积与其内最大正方体的表面积之比为__________.

16. 如图，在△ABC所在平面内，分别以AB，BC为边向外作正方形$ABEF$和正方形$BCHG$. 记$\triangle ABC$的内角A，B，C的对边分别为a,b,c，面积为S. 已知$S=\dfrac{3}{4}$，且$a\sin A+c\sin C=4a\sin C\sin B$，则$FH$=__________.



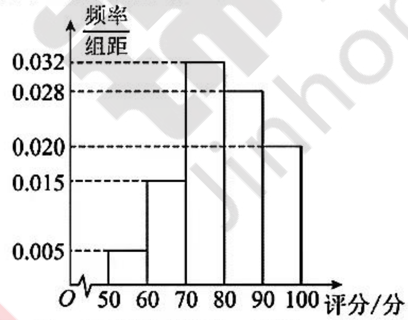
三、解答题(共 70 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

17. (12 分)在等比数列$\{a_n\}$和等差数列$\{b_n\}$中，$a_1=2b_1=2$，$a_2=2b_2$，$a_3=2b_3+2$.

(1)求数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的通项公式；

(2)令$c_n=\dfrac{b_n^2}{a_n}$，记数列$\{c_n\}$的前n项积为T_n，其中$T_1=c_1$，证明：$T_n\le\dfrac{9}{16}$.

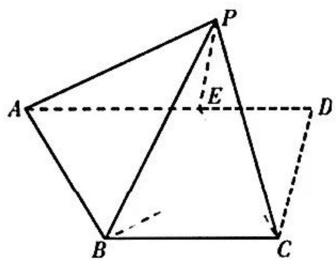
18. (12 分)综合素质评价是高考招生制度改革的内容之一. 某高中采用多维评分的方式进行综合素质评价. 下图是该校高三学生"运动与建康"评价结果的频率直方图，评分在区间[90，100)，[70，90)，[60，70)，[50，60)上，分别对应为A，B，C，D四个等级. 为了进一步引导学生对运动与健康的重视，初评获A等级的学生不参加复评，等级不变，对其余学生学校将进行一次复评. 复评中，原获B等级的学生有$\dfrac{1}{4}$的概率提升为A等级；原获C等级的学生有$\dfrac{1}{5}$的概率提升为B等级；原获D等级的学生有$\dfrac{1}{6}$的概率提升为C等级. 用频率估计概率，每名学生复评结果相互独立.



(1)若初评中甲获得B等级，乙、丙获得C等级，记甲、乙、丙三人复评后等级为B等级的人数为ξ，求ξ的分布列和数学期望；

(2)从全体高三学生中任选 1 人，在已知该学生是复评晋级的条件下，求他初评是C等级的概率.

19. (12 分)如图，平面四边形$ABCD$中，$BC//AD,\angle ADC=90^\circ,\angle ABC=120^\circ$，$E$是$AD$上的一点，$AB=BC=2DE,F$是$EC$的中点，以$EC$为折痕把$\triangle EDC$折起，使点$D$到达点$P$的位置，且$PC\perp BF$.



(1)证明：平面 $PEC\perp$ 平面 $ABCE$；
(2)求直线 PC 与平面 PAB 所成角的正弦值.

20.(12分)在平面直角坐标系 xOy 中，O为坐标原点，动点 $D(x,y)$与定点 $F(\sqrt{3},0)$的距离和 D到定直线 $x=\frac{4\sqrt{3}}{3}$ 的距离的比是常数 $\frac{\sqrt{3}}{2}$，设动点 D的轨迹为曲线 C.
(1)求曲线 C的方程；
(2)已知定点 $P(t,0)$，$-2<t<0$，过点 P作垂直于 x轴的直线 l，过点 P作斜率大于0的直线 l'与曲线 C交于点 G，H，其中点 G在 x轴上方，点 H在 x轴下方．曲线 C与 x轴负半轴交于点 A，直线 AG，AH与直线 l分别交于点 M，N，若 A，O，M，N四点共圆，求 t的值.

21.(12分)设函数 $F(x)=(1-\lambda)\cos x+\lambda\cos\alpha-\frac{\sin x-\sin\alpha}{x-\alpha}$，其中 $\alpha\in(0,\frac{\pi}{2})$.
(1)若 $\lambda=1$，讨论 $F(x)$在 $(\alpha,\frac{\pi}{2})$ 上的单调性；
(2)当 $x\in(\alpha,\frac{\pi}{2})$时，不等式 $F(x)<0$ 恒成立，求实数 λ 的取值范围.

请考生在第22、23题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.
22.(10分)选修4-4：坐标系与参数方程
在平面直角坐标系 xOy 中，已知直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=t\cos\alpha\\y=1+t\sin\alpha\end{cases}$ (t为参数)，α 为 l 的倾斜角，且 $\alpha\in(0,\pi)$，以坐标原点为极点，x轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C的极坐标方程为 $\rho^2=\frac{2}{1+\cos^2\theta}$.
(1)求曲线 C的直角坐标方程；
(2)若直线 l 与曲线 C 交于 A、B 两点，点 $P(0,1)$ 恰为线段 AB 的三等分点，求 $\sin\alpha$.

23.(10分)选修4—5：不等式选讲
已知 $f(x)=|2x+m|(m\in R)$.
(1)当 $m=0$时，求不等式 $f(x)+|x-2|<5$的解集；
(2)对于任意实数 x，不等式 $|2x-2|-f(x)<m^2$ 成立，求 m的取值范围.