达州市普通高中2024届第一次诊断性测试

数学试题（文科）

注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上.
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑．如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号．回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷无效.
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x\mid x^2-2x\leqslant 0\}$，$B=\{x\in\mathbf{N}\mid x\leqslant 1\}$，则 $A\cap B=$

A. $\{1\}$　　B. $\{0,1\}$　　C. $(-\infty,1]$　　D. $[0,1]$

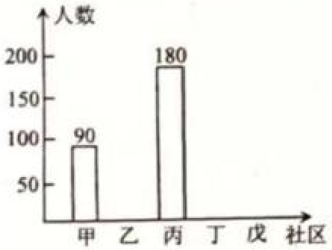
2. 复数 z 满足 $\frac{\mathrm{i}}{z}=1+\mathrm{i}$，则在复平面内表示复数 z 的点位于

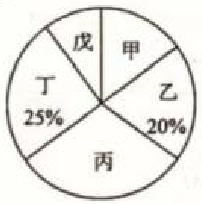
A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

3. 抛物线 $y=4x^2$ 的准线方程为

A. $y=-1$　　B. $y=1$　　C. $y=-\frac{1}{16}$　　D. $y=\frac{1}{16}$

4. 将某年级600名学生分配到甲、乙、丙、丁、戊这5个社区参加社会实践活动，每个人只能到一个社区．经统计，将到各个社区参加志愿者活动的学生人数绘制成如下不完整的两个统计图，则分到戊社区参加活动的学生人数为





A. 30　　B. 45　　C. 60　　D. 75

5. 已知 m，n 是两条不同的直线，α，β，γ 是三个不同的平面，则下列说法正确的是

A. $m/\!/\alpha$，$m\perp n$，则 $n\perp\alpha$　　B. $m\perp\alpha$，$m\perp n$，则 $n/\!/\alpha$

C. $\alpha/\!/\beta$，$m\subset\beta$，则 $m/\!/\alpha$　　D. $m\perp\beta$，$\beta\perp\gamma$，则 $m/\!/\gamma$

6. 已知直线 l：$y=kx$ 和圆 C：$(x-2)^2+(y-1)^2=1$，则 $k=\frac{4}{3}$ 是直线 l 和圆 C 有公共点的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

7. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(\sin\theta,\cos\theta)$，$\boldsymbol{b}=(2\sqrt{2},2)$，$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 夹角为 $\frac{\pi}{6}$，则 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$ 为

A. $\sqrt{19}$　　B. 19　　C. $3\sqrt{2}$　　D. 18

8. 已知三棱锥 $A-BCD$ 中，AB，AC，AD 两两互相垂直，且 $AB=2\sqrt{2}$，$AC=2$，$AD=2$，若三棱锥 $A-BCD$ 的所有顶点都在球 O 的表面上，则球 O 的体积为

A. 32π　　B. 16π　　C. $\frac{32}{3}\pi$　　D. $\frac{16}{3}\pi$

9.《孙子算经》是我国南北朝时著名的数学著作，其中有物不知数问题：今有物不知其数，三三数之剩二，五五数之剩三，七七数之剩二．问物几何？意思是：有一些物品，不知道有多少个，只知道将它们三个三个地数，会剩下2个；五个五个地数，会剩下3个；七个七个地数，也会剩下2个．这些物品的数量是多少个？若一个正整数除以三余二，除以五余三，将这样的正整数由小到大排列，则前5个数的和为

A. 189　　B. 190　　C. 191　　D. 192

10. 设平面区域 $\{(x,y)\mid x^2+y^2\leqslant 8\}$ 为 C_1，平面区域 $\{(x,y)\mid |x|+|y|\leqslant 2\sqrt{2}\}$ 为 C_2，若在 C_1 内任取一点，该点取自 C_2 的概率为

A. $\frac{1}{\pi}$　　B. $\frac{2}{\pi}$　　C. $\frac{3}{\pi}$　　D. $\frac{1}{2\pi}$

11. 把不超过 x 的最大整数记作 $[x]$，如 $[0.3]=0$，$[3.7]=3$，$[-2.8]=-3$，若实数 a，b 满足 $3^a=5^b$，且 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=1$，则 $[2ab]=$

A. 5　　B. 6　　C. 7　　D. 8

12. 已知 $f(x)=\ln x-ax^3$，$g(x)=x\mathrm{e}^x-\ln x-x-\frac{3}{4}$，若不等式 $\frac{f(x)}{g(x)}>0$ 的解集中只含有两个正整数，则 a 的取值范围为

A. $[\frac{\ln 3}{27},\frac{\ln 2}{8})$　　B. $(\frac{\ln 3}{27},\frac{\ln 2}{8})$　　C. $[\frac{\ln 2}{32},\frac{\ln 3}{27})$　　D. $(\frac{\ln 2}{32},\frac{\ln 3}{27})$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 写出一个同时满足下列两个条件的角 $\theta =$______（用弧度制表示）.

① $\theta\in(0,\pi)$，② $\cos\theta\leqslant 0$.

14. 已知函数 $f(x)=\ln\dfrac{x-2}{x+2}+\tan x+3$，则 $f(3)+f(-3)$ 的值为______.

15. 设数列 $\{a_n\}$ 满足 $5a_1+5^2a_2+5^3a_3+\cdots\cdots 5^n a_n=n$，若 $b_n=\dfrac{1}{4\log_{25}a_n\cdot\log_{25}a_{n+1}}$，则 $\{b_n\}$ 的前 99 项和为______.

16. 设双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,\ b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1，F_2，过 F_1 的直线分别交双曲线左、右两支于 A，B 两点，$\triangle ABF_2$ 是以 AB 为斜边的等腰直角三角形，则双曲线离心率为______.

三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

（一） 必考题：共 60 分.

17.（12 分）

某机构美术类艺体生的专业测试和文化测试成绩随机抽样统计如下：

人数 专业 / 文化	优秀	良好	及格
优秀	6	4	8
良好	m	3	n
及格	4	3	5

已知样本中恰有10% 的考生专业和文化成绩均为及格，恰有30% 的考生专业成绩为优秀.

（1）求 m，n 的值；

（2）在抽取的专业成绩为优秀和良好的学生中，用分层抽样的方法抽取 5 人，再从 5 人中随机选取 2 人做交流发言，求选取 2 人中专业成绩为优秀和良好各 1 人的概率.

18.（12 分）

记 $\triangle ABC$ 的三个内角分别为 A，B，C，其对边分别为 a，b，c，若 $a^2-b^2+c^2=2$，$\triangle ABC$ 的面积为 $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$.

（1）求 $\tan B$；

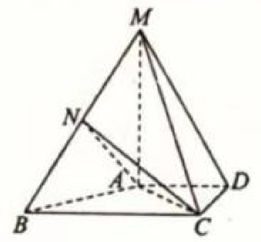
（2）若 $b=1$，求 $\sin A\sin C$.

19.（12 分）

如图，在四棱锥 $M-ABCD$ 中，$MA\perp$ 平面 $ABCD$，$AD\,/\!/\,BC$，$CD\perp AD$，$BC=2$，$AD=DC=1$，点 N 为 MB 的中点.

（1）证明：平面 $MAB\perp$ 平面 NAC；

（2）若 $MA=2$，求点 M 到平面 ACN 的距离.



20.（12 分）

已知曲线 C 上任意一点的坐标 (x,y) 满足 $\sqrt{(x-2)^2+y^2}+\sqrt{(x+2)^2+y^2}=6$.

（1）求曲线 C 的方程；

（2）过点 $A(0,1)$ 的直线 m 与曲线 C 交于 B，D 两点，P 为平面内任意一点，若 $5\overline{PA}=3\overline{PB}+2\overline{PD}$，求直线 m 的方程.

21.（12 分）

设 $f(x)=\ln x-2mx$.

（1）当 $m=1$ 时，求函数 $f(x)$ 的单调区间；

（2）当 $m<\dfrac{1}{2}$ 时，若 $g(x)=f(x)+mx^2-x$ 在 $(0,e]$ 上的最大值为 1，求 m 的值.

（二）选考题：共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4：坐标系与参数方程]（10 分）

在平面直角坐标系 xOy 中，以坐标原点 O 为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 是以 $(3,\dfrac{\pi}{2})$ 为圆心，且过点 $(3\sqrt{2},\dfrac{3\pi}{4})$ 的圆.

（1）求曲线 C 的直角坐标方程和极坐标方程；

（2）若 M，N 为曲线 C 上两个动点，且 $\angle MON=\dfrac{\pi}{3}$，求 $\triangle MON$ 面积的最大值.

23. [选修 4-5：不等式选讲]（10 分）

记不等式 $|x-2|\geqslant|2x-1|-1$ 的解集中最小整数为 t.

（1）求 t 的值；

（2）若 m，$n\in(-t,+\infty)$，且 $m+n=5$，求 $\dfrac{n^2}{m-2}+\dfrac{m^2}{n-2}$ 的最小值.