高 2023 届高三一诊模拟考试
数学试题（理科）

考试时间：120 分钟　　总分：150 分

一．选择题（每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求．把答案涂在答题卷上．）

1．已知集合 $A=\left\{x\in\mathrm{Z}\middle|x^2+2x-3\le 0\right\}$，$B=\{x\mid x\ge -1\}$，则集合 $A\cap B$ 的元素个数为（　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

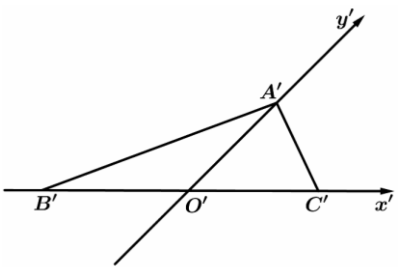
2．若复数 z 满足 $(z-1)\cdot\mathrm{i}=1-\mathrm{i}$，则 z 的虚部是（　）

A．1　　B．-1　　C．i　　D．$-\mathrm{i}$

3．“$-1<m<7$”是“方程 $\dfrac{x^2}{m+1}+\dfrac{y^2}{7-m}=1$ 表示椭圆”的（　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件
C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

4．已知水平放置的 $\triangle ABC$ 是按“斜二测画法”得到如图所示的直观图，其中 $B'O'=C'O'=1$，$A'O'=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，那么原 $\triangle ABC$ 的面积是（　）



A．$\sqrt{3}$　　B．$2\sqrt{2}$　　C．$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　D．$\dfrac{\sqrt{3}}{4}$

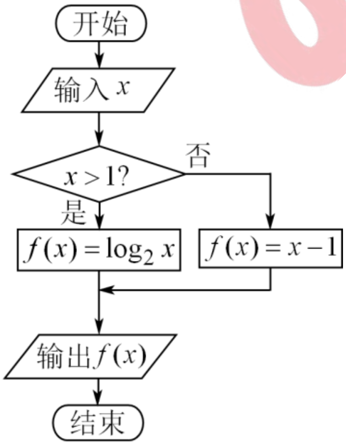
5．已知圆台形的花盆的上、下底面的直径分别为 8 和 6，该花盆的侧面展开图的扇环所对的圆心角为 $\dfrac{\pi}{2}$，则母线长为（　）

A．4　　B．8　　C．10　　D．16

6．一种药品在病人血液中的量不低于 1500mg 时才有疗效，如果用药前，病人血液中该药品的量为 0mg，用药后，药在血液中以每小时 20%的比例衰减．现给某病人静脉注射了 3000mg 的此药品，为了持续保持疗效，则最长需要在多少小时后再次注射此药品（$\lg 2\approx 0.301$，结果精确到 0.1）（　）

A．2.7　　B．2.9　　C．3.1　　D．3.3

7．如图所示的程序框图中，若输出的函数值 $f(x)$ 在区间 $[-2,2]$ 内，则输入的实数 x 的取值范围是（　）



A．$[-2,2]$　　B．$[-2,4]$　　C．$[-1,2]$　　D．$[-1,4]$

8．记数列$\{a_n\}$是等差数列，下列结论中一定成立的是（　）

A．若$a_1+a_2>0$，则$a_2+a_3>0$　　　B．若$a_1<a_2$，则$a_2>\sqrt{a_1a_3}$

C．若$a_1+a_3<0$，则$a_4+2a_1<0$　　　D．若$a_1<0$，则$(a_2-a_1)(a_2-a_3)>0$

9．已知抛物线$C:y^2=2px(p>0)$的焦点F到准线的距离为4，点$M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$在抛物线C上，若$(y_1-2y_2)(y_1+2y_2)=48$，则$\frac{|MF|}{|NF|}=$（　）.

A．4　　B．2　　C．$\frac{1}{4}$　　D．$\frac{1}{2}$

10．在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，P是平面$A_1B_1C_1D_1$内的一动点，M为线段DC的中点，则下列说法错误的是（　）

A．平面PAM内任意一条直线都不与BC平行

B．平面PAB和平面PCM的交线不与平面$ABCD$平行

C．平面PBC内存在无数条直线与平面PAM平行

D．平面PAM和平面PBC的交线不与平面$ABCD$平行

11.从有大小和质地相同的a个红球和b个黄球的盒子中随机摸球，下列说法正确的是（　）

A．每次摸出1个球，摸出的球观察颜色后放回，则每次摸到红球的概率均不同

B．每次摸出1个球，摸出的球观察颜色后不放回，则第二次摸到红球的概率为$\frac{a-1}{a+b-1}$

C．每次摸出1个球，摸出的球观察颜色后不放回，则第一次摸到红球的条件下，第二次摸到红球的概率为$\frac{a(a-1)}{(a+b-1)(a+b)}$

D．每次摸出1个球，摸出的球观察颜色后放回，且约定每次摸到红球则积2分，摸到黄球积1分.连续摸n次后，摸到红球的积分和χ的方差为$\frac{4nab}{(a+b)^2}$

12.已知$a>b,c>d$，且$e^a-a=e^b-b=1.01$，$\frac{e^c}{ce^c+1}=\frac{e^d}{de^d+1}=0.99$，则下列说法正确的个数有（　）个

①$0<a<\frac{1}{2}$　②$a+b<0$　③$a+d<0$　④$b+c>0$

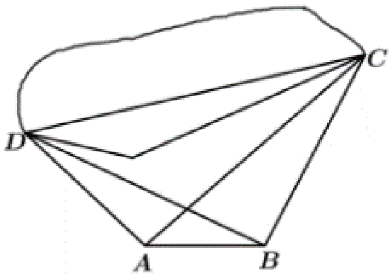
A．1　　B．2　　C．3　　D．4

二、填空题（本大题共**4**小题，每小题**5**分，共**20**分，答案填在答题卷的横线上。）

13．$\left(\sqrt[3]{x}-\frac{2}{x^2}\right)^7$的展开式中的常数项为________.

14．已知$f(x)=\frac{1}{x}+\frac{9}{4-x}(0<x<4)$，则$f(x)$的最小值为______.

15．为了测量成都七中曦园C,D两点之间的距离，如图，在东西方向上选取相距1百米的A,B两点，点B在点A的正东方向上，且A,B,C,D四点在同一水平面上．从点A处观测得点C在它的东北方向上，点D在它的西北方向上；从点B处观测得点C在它的北偏东$15°$方向上，点D在它的北偏西$75°$方向上，则C,D之间的距离为______百米.



16．已知$A\left(2\cos15°,2\sin15°\right)$，$O\left(0,0\right)$，且$\left|\overrightarrow{OB}\right|=\left|\overrightarrow{OC}\right|=2$，则$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$的取值范围是_________.

三、解答题：共70分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第17~21题为必考题，每个试题考生都必须作答、第22、23题为选考题，考生根据要求作答．
（一）必考题：共60分，每题12分.

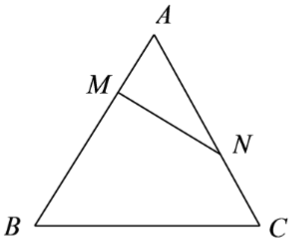
17.已知锐角三角形ABC的内角A，B，C所对的边分别记作a，b，c，满足$a=6$，$b=5$，且$\sin A=\sin 2B$.
(1)求边c；
(2)若点M，N分别在边AB和AC上，且MN将$\triangle ABC$分成面积相等的两部分，求MN的最小值.

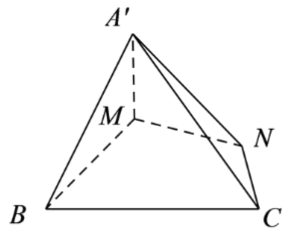
18. 新冠肺炎是近百年来人类遭遇的影响范围最广的全球性大流行病毒。对前所未知、突如其来、来势汹汹的疫情天灾，习近平总书记亲自指挥、亲自部署，强调把人民生命安全和身体健康放在第一位.明确坚决打赢疫情防控的人民战争、总体战、阻击战。当前，新冠肺炎疫情防控形势依然复杂严峻.为普及传染病防治知识，增强学生的疾病防范意识，提高自身保护能力，市团委在全市学生范围内，组织了一次传染病及个人卫生相关知识有奖竞赛（满分100分），竞赛奖励规则如下：得分在$[70,80)$内的学生获三等奖，得分在$[80,90)$内的学生获二等奖，得分在$[90,100]$内的学生获一等奖，其它学生不得奖.为了解学生对相关知识的掌握情况，随机抽取了100名学生的竞赛成绩，并以此为样本绘制了如图所示的频率分布表.

竞赛成绩	$[30,40)$	$[40,50)$	$[50,60)$	$[60,70)$	$[70,80)$	$[80,90)$	$[90,100]$
人数	6	12	18	34	16	8	6

(1)从该样本中随机抽取2名学生的竞赛成绩，求这2名学生恰有一名学生获奖的概率；
(2)若该市所有参赛学生的成绩X近似地服从正态分布$N(64,225)$，若从所有参赛学生中（参赛学生人数特别多）随机抽取4名学生进行座谈，设其中竞赛成绩在64分以上的学生人数为ξ，求随机变量ξ的分布列和数学期望.

19. 如图所示，已知$\triangle ABC$是边长为6的等边三角形，点M，N分别是边AB，AC的三等分点，且$AM=\frac{1}{3}AB$，$CN=\frac{1}{3}CA$，沿MN将$\triangle AMN$折起到$\triangle A'MN$的位置，使$\angle A'MB=90^\circ$.





(1) 求证：$A'M\perp$平面$MBCN$;

(2) 在线段BC上是否存在点D，使平面$A'ND$与平面$A'MB$所成锐二面角的余弦值为$\frac{\sqrt{39}}{13}$，若存在，设$\overrightarrow{BD}=\lambda\overrightarrow{BC}\left(\lambda>0\right)$，求$\lambda$的值；若不存在，说明理由.

20. 已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$且四个点$A(2,\sqrt{3})$、$B(\frac{3}{2},-\sqrt{3})$、$C(-2,\sqrt{3})$、$D(3,\frac{\sqrt{7}}{2})$中恰好有三个点在椭圆$C$上，$O$为坐标原点.

(1)求椭圆C的方程;

(2)若直线l与椭圆C交于A，B两点，且$\angle AOB=90^\circ$，证明：直线l与定圆$O:x^2+y^2=r^2(r>0)$相切，并求出r的值.

21.设函数$u\left(x\right)=\ln x-ax+a$,函数$v\left(x\right)=\frac{1}{2}x^2-ax\ln x+a(a\in R)$.

（1）求$u\left(x\right)$的单调区间;

（2）若$f(x)=v\left(x\right)-u(x)$，$g(x)=f'(x)=0$有三个不同实根$x_1,x_2,x_3\left(x_1<x_2<x_3\right)$，试比较$f(x_1),f(x_2),f(x_3)$的大小关系，并说明理由.

（二）选考题：共10分．请考生在第22、23题中任选一题作答．如果多做，则按所做的第一题计分．

22. 在平面直角坐标系xOy中，曲线C的参数方程为$\begin{cases}x=1+2\cos\theta\\ y=2\sin\theta\end{cases}$，$\theta\in\left[0,2\pi\right)$，点$A(-3,0)$，以坐标原点$O$为极点，$x$轴为正半轴为极轴的建立极坐标系.

(1)求曲线C的极坐标方程;

(2)过坐标原点O任作直线l与曲线C交于E、F两点，求$|AE|\cdot|AF|$的值.

23.已知a、b、$c\in R^+$，$\forall x\in\mathbf{R}$，不等式$|x-1|-|x-2|\le a+b+c$恒成立.

（1）求证：$a^2+b^2+c^2\ge\frac{1}{3}$;

（2）求证：$\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{b^2+c^2}+\sqrt{c^2+a^2}\ge\sqrt{2}$.