

1. Решите уравнение

$$||x^2 - 8x + 2| - x^2| = 2x + 2.$$

Ответ: $x \in \{0; 1; 2; 5\}$.

2. Решите неравенство

$$|\sqrt{-2x - 4} - 3| < |\sqrt{9 + 2x} - 2| + 1.$$

Ответ: $x \in \left[-\frac{9}{2}; -\frac{13}{4}\right)$.

3. Найдите все удовлетворяющие условию $\frac{2\pi}{5} < x < \frac{6\pi}{7}$ решения уравнения

$$\cos 7x - \sqrt{3} \sin 7x = -\sqrt{2}.$$

Ответ: $x = \frac{35\pi}{84}, x = \frac{53\pi}{84}, x = \frac{59\pi}{84}$.

4. Решите уравнение

$$9 \cos 3x \cos 5x + 7 = 9 \cos x \cos 3x + 12 \cos 4x.$$

Ответ: $x = \pm \frac{1}{4} \arccos \frac{1}{6} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

5. Решите неравенство

$$3 \cos x > 2 \sin 2x.$$

Ответ: $x \in \left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi k; \arcsin \frac{3}{4} + 2\pi k\right) \cup \left(\frac{\pi}{2} + 2\pi k; \pi - \arcsin \frac{3}{4} + 2\pi k\right), k \in \mathbb{Z}$.

6. Решите уравнение

$$2 \arcsin x = \arccos(2 - 5x).$$

Ответ: $x = \frac{5 - \sqrt{17}}{4}$.

7. Решите уравнение

$$\log_{4x-x^2} x = \log_{12-3x} x.$$

Ответ: $x = 1, x = 3$.

8. Изобразите на декартовой плоскости Oxy геометрическое место точек (x, y) , удовлетворяющих неравенству $\log_{x^2+y^2}(x+y) \geq 1$, и вычислите площадь полученной фигуры.

Ответ: 1.

9. Решите уравнение

$$\log_{x+5}(x^3 + 10x^2 + 20x) \cdot \log_3(x+5) = \log_3(3x^2 + 8x).$$

Ответ: $x = -3$.

10. Решите неравенство

$$\log_{x+1} \frac{x^2 + 3x - 4}{2x - 4} \leq 1.$$

Ответ: $x \in (-1; 0) \cup (0; 1) \cup [5; +\infty)$.

11. Решите уравнение

$$3\sqrt{x+4} = 5 - 2|x+2|.$$

Ответ: $x = -\frac{15}{4}, x = -3, x = -\frac{7}{4}.$

12. Решите неравенство

$$\sqrt{1-x} - \sqrt{x} > \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Ответ: $x \in \left[0; \frac{3-\sqrt{5}}{6}\right).$

13. Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{2-x} + 4x - 3}{x} \geq 2.$$

Ответ: $x \in (-\infty; 0) \cup [1; 2].$

14. Из пункта A в пункт C , расстояние между которыми равно 20 километров, выехал грузовик. Одновременно с ним из пункта B , который находится между A и C на расстоянии 15 километров от A , в пункт C вышел пешеход, а навстречу им из пункта C выехал автобус. За какое время грузовик догнал пешехода, если известно, что это произошло через 30 минут после встречи грузовика с автобусом, а пешеход до встречи с автобусом находился в пути в три раза меньше времени, чем грузовик до своей встречи с автобусом?

Ответ: 45 минут.

15. Найдите все пары целых чисел (m, n) , являющиеся решениями уравнения

$$(m^2 + n^2) \cdot (m + n - 3) = 2mn.$$

Ответ: $(0, 0), (0, 3), (3, 0), (2, 2).$

16. Гипотенуза прямоугольного треугольника равна c , один из его острых углов равен α . Внутри этого треугольника находятся две окружности одинакового радиуса, каждая из которых касается одного из катетов, гипотенузы и другой окружности. Найдите радиусы этих окружностей.

Ответ: $\frac{c}{2 + \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} + \operatorname{ctg}(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2})}.$

17. В треугольнике ABC проведены медиана BM и биссектриса AL . Отношение площадей треугольников AOM и BOL равно $5/9$. Чему равно отношение площадей треугольника AOB и четырехугольника $CMOL$?

Ответ: $\frac{15}{11}.$

18. Найдите все значения параметра a , при которых имеет решения система уравнений

$$\begin{cases} y(ax+1) + 13x - a(y+1) = 0, \\ x - xy + |y+2| = 0. \end{cases}$$

Ответ: $a \in (-\infty; -10] \cup (1/2; +\infty).$

19. Ребро куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равно a , точка E – середина ребра DD_1 . Найдите площадь сечения этого куба, проходящего через точку C перпендикулярно прямой BE .

Ответ: $\frac{9a^2}{8}.$

20. Найдите все целочисленные решения уравнения

$$\cos\left(\frac{\pi}{8}\left(3x - \sqrt{9x^2 + 160x + 800}\right)\right) = 1.$$

Ответ: $x = -31, x = -7.$