

绵阳市高中 2018 级第三次诊断性考试

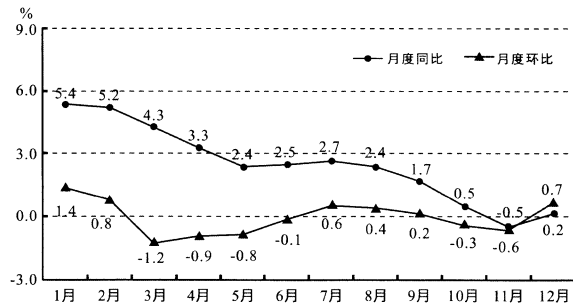
理科数学

注意事项：

- 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
- 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
- 考试结束后，将答题卡交回。

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

- 已知集合 $A = \{x | x^2 > 1\}$ ，则 $\complement_{\mathbb{R}} A =$
 - $(-1, 1)$
 - $[-1, 1]$
 - $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$
 - $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$
- 若复数 z 满足 $(z-1)i = 1+i$ ，则复数 z 在复平面内对应的点在
 - 第一象限
 - 第二象限
 - 第三象限
 - 第四象限
- 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 2x - y \geq -2, \\ y + 2 \geq 0, \\ x + 2y \leq 2 \end{cases}$ ，则 $z = 3x + y$ 的最小值为
 - 10
 - 8
 - 16
 - 20
- 在统计学中，同比增长率一般是指和去年同期相比较的增长率，环比增长率一般是指和上一时期相比较的增长率。根据下图，2020 年居民消费价格月度涨跌幅度统计折线图，下列说法错误的是
 - 2020 年全国居民每月消费价格与 2019 年同期相比有涨有跌
 - 2020 年 1 月至 2020 年 12 月全国居民消费价格环比有涨有跌
 - 2020 年 1 月全国居民消费价格同比涨幅最大
 - 2020 年我国居民消费价格中 3 月消费价格最低



- 已知函数 $f(x)$ 是定义在 \mathbb{R} 上的偶函数，当 $x \geq 0$ 时， $f(x) = x(1-x)$ 。则不等式 $x \cdot f(x) > 0$ 的解集为
 - $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$
 - $(-1, 0) \cup (0, 1)$
 - $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$
 - $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$
- $(x-1) \cdot (\sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt{x}})^6$ 的展开式中 x^2 的系数为
 - 48
 - 54
 - 60
 - 72
- 已知 $a = (\frac{1}{3})^{0.3}$ ， $b = \log_{\frac{1}{3}} 0.3$ ， $c = a^b$ ，则 a, b, c 的大小关系为
 - $b > a > c$
 - $b > c > a$
 - $c > b > a$
 - $a > b > c$
- 在平行四边形 $ABCD$ 中， $AB=2$ ， $AD=\sqrt{5}$ ，点 F 为边 CD 的中点，若 $\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{DF} = 0$ ，则 $\overrightarrow{BF} \cdot \overrightarrow{AC} =$
 - 4
 - 3
 - 2
 - 1
- 已知圆锥的顶点和底面圆周都在球 O 面上，圆锥的侧面展开图的圆心角为 $\frac{2\pi}{3}$ ，面积为 3π ，则球 O 的表面积等于
 - $\frac{81\pi}{8}$
 - $\frac{81\pi}{2}$
 - $\frac{121\pi}{8}$
 - $\frac{121\pi}{2}$
- 若函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin \omega x + \cos \omega x$ ($\omega > 0$) 在区间 $(0, \frac{\pi}{6})$ 上仅有一条对称轴及一个对称中心，则 ω 的取值范围为
 - $(5, 8)$
 - $(5, 8]$
 - $(5, 11)$
 - $[5, 11)$
- 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ， $a_1 = 1$ ， $a_2 = 2$ ， $a_n = 3a_{n-1} + 4a_{n-2}$ ($n \geq 3$)，则 $S_{10} =$
 - $\frac{4^{10} - 1}{5}$
 - $\frac{4^{11} - 1}{5}$
 - $4^{10} - 1$
 - $4^{11} - 1$
- 已知点 F 为抛物线 $E: x^2 = 4y$ 的焦点， $C(0, -2)$ ，过点 F 且斜率为 1 的直线交抛物线于 A, B 两点，点 P 为抛物线上任意一点，若 $\overrightarrow{CP} = m\overrightarrow{CA} + n\overrightarrow{CB}$ ，则 $m+n$ 的最小值为
 - $\frac{1}{3}$
 - $\frac{1}{2}$
 - $\frac{2}{3}$
 - $\frac{3}{4}$

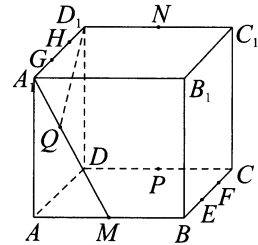
二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 记等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，若 $S_4 = 5a_5$ ，则 $a_{15} =$ _____.

14. 若函数 $f(x) = x^2 e^x - m \ln x$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线过点 $(0, 0)$ ，则实数 $m =$ _____.

15. 已知双曲线 $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 与抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 有共同的一焦点，过 E 的左焦点且与曲线 C 相切的直线恰与 E 的一渐近线平行，则 E 的离心率为_____.

16. 如图，正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中，点 E, F 是 BC 上的两个三等分点，点 G, H 是 A_1D_1 上的两个三等分点，点 M, N, P 分别为 AB, C_1D_1 和 CD 的中点，点 Q 是 A_1M 上的一个动点，下面结论中正确的是_____.



- ① FH 与 AC_1 异面且垂直； ② FG 与 AC_1 相交且垂直；
③ $D_1Q \parallel$ 平面 EFN ； ④ B_1, H, F, P 四点共面.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

17. (12 分)

在斜三角形 ABC 中，角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，且 $c^2 = 2ab \cos C$ 。

(1) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 S ，且满足 $4S = c^2$ ，求角 C 的大小；

(2) 证明：
$$\frac{2}{\tan C} = \frac{1}{\tan A} + \frac{1}{\tan B}.$$

18. (12 分)

2020 年 5 月 28 日，十三届全国人大三次会议表决通过了《中华人民共和国民法典》，自 2021 年 1 月 1 日起施行。它被称为“社会生活的百科全书”，是中国第一部以法典命名的法律，在法律体系中居于基础性地位，也是市场经济的基本法。某中学培养学生知法懂法，组织全校学生学习《中华人民共和国民法典》并组织知识竞赛。为了解学习的效果，现从高一、高二两个年级中各随机抽取 20 名学生的成绩(单位：分)，绘制成如图所示的茎叶图：

高一					高二								
8	9	8	6	3	6	1	2	6					
9	7	6	5	0	0	7	3	4	5	7	9		
		9	6	1	1	8	0	2	5	7	8	8	
		7	7	1	1	0	9	1	3	3	5	8	9

(1) 通过茎叶图分析哪个年级的学生学习效果更好；(不要求计算，分析并给出结论)

(2) 根据学生的竞赛成绩，将其分为四个等级：

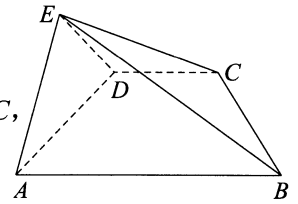
测试成绩(单位：分)	[60, 70)	[70, 80)	[80, 90)	[90, 100]
等级	合格	中等	良好	优秀

①从样本中任取 2 名同学的竞赛成绩，在成绩为优秀的情况下，求这 2 名同学来自同一个年级的概率。

②现从样本中成绩为良好的学生中随机抽取 3 人座谈，记 X 为抽到高二年级的人数，求 X 的分布列和数学期望。

19. (12 分)

如图，在四棱锥 $E-ABCD$ 中，四边形 $ABCD$ 为梯形， $AB \parallel DC$ ， $AB \perp AD$ ， $DE \perp$ 平面 ABE 。



(1) 求证：平面 $ADE \perp$ 平面 $ABCD$ ；

(2) 若 $DC = DE = 1$ ， $AB = AD = 2$ ，求二面角 $D-BC-E$ 所成角的余弦值。

20. (12 分)

已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ，右焦点为 F ，上顶点为 A ，左顶点为 B ，且 $|FA| \cdot |FB| = 10 + 5\sqrt{2}$ 。

(1) 求椭圆的方程；

(2) 已知 $C(-4, 0)$ ， $D(4, 0)$ ，点 P 在椭圆上，直线 PC, PD 分别与椭圆交于另一点 M, N ，若 $\overrightarrow{CP} = \lambda \overrightarrow{CM}$ ， $\overrightarrow{DP} = \mu \overrightarrow{DN}$ ，求证： $\lambda + \mu$ 为定值。

21. (12 分)

已知函数 $f(x) = ae^x - \ln(x-1) + \ln a + 1$ 。

(1) 当 $a=1$ 时，求函数 $f(x)$ 的极值点的个数；

(2) 若 $f(x) \geq 0$ ，求实数 a 的取值范围。

(二) 选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题记分。

22. [选修 4—4：坐标系与参数方程] (10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中，已知曲线 E 的参数方程为 $\begin{cases} x = \sqrt{10} \cos \alpha, \\ y = \sqrt{10} \sin \alpha + 4 \end{cases}$ (α 为参数)，直

线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = t \cos \beta, \\ y = t \sin \beta \end{cases}$ (t 为参数， $0 \leq \beta < \pi$)。以坐标原点为极点， x 轴正半轴为极轴

建立极坐标系。

(1) 分别写出曲线 E 和直线 l 的极坐标方程；

(2) 直线 l 与曲线 E 交于 M, N 两点，若 $\overrightarrow{ON} = 3\overrightarrow{OM}$ ，求直线 l 的斜率。

23. [选修 4—5：不等式选讲] (10 分)

已知函数 $f(x) = |2x-2| + |2x-1|$ ， $g(x) = |x+1| + |4x-2|$ 。

(1) 求不等式 $f(x) \geq 4$ 的解集；

(2) 若关于 x 的不等式 $2f(x) - g(x) \geq a |x|$ 恒成立，求实数 a 的取值范围。

绵阳市高中2018级第三次诊断性考试
理科数学答题卡(A)

姓名 _____ 班级 _____

考号

考生禁填 (填涂说明: 缺考考生由监考员贴条形码, 并用2B铅笔填涂右边缺考标记)

贴条形码区(监考员贴)
(正面朝上切勿贴出虚线框外)

注意事项

1. 答题前, 考生先将自己的姓名、班级、考号用0.5毫米的黑色墨水签字笔填写清楚, 并认真核对条形码上的学校、姓名、考号。
2. 选择题使用2B铅笔填涂, 非选择题用0.5毫米的黑色墨水签字笔书写, 字体工整、笔迹清楚; 按照题号顺序在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域书写的答案无效; 在草稿纸、试题卷上答题无效。
3. 保持卡面清洁, 不要折叠, 不要损坏; 选择题修改时用橡皮擦擦干净, 不留痕迹。其他试题修改禁用涂改液和不干胶条。
4. 填涂示例: 正确填涂法 错误填涂法

选择题 (考生须用2B铅笔填涂)

- | | | |
|---|--|--|
| 1 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | 6 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | 11 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D |
| 2 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | 7 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | 12 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D |
| 3 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | 8 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | |
| 4 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | 9 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | |
| 5 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | 10 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D | |

非选择题 (考生须用0.5毫米的黑色墨水签字笔书写)

二、填空题 (20分)

13. _____ 14. _____
15. _____ 16. _____

三、解答题 (70分)

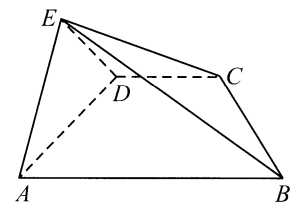
17. (12分)

请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效

18. (12分)

请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效

19. (12分)



请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

20. (12分)

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

21. (12分)



请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

选考题 请考生从给出的22、23两题中任选一题作答，并用2B铅笔在答题卡上把所选题的题号涂黑，注意选做题目的题号必须与所涂题号一致，如果多做，则按所做的第一题记分。
我所选择的题号是 22 23

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

理科数学答题卡 第4页 共6页

绵阳市教育科学研究所 监制

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

理科数学答题卡 第5页 共6页

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

理科数学答题卡 第6页 共6页