

绵阳市高中2017级第二次诊断性考试

理科数学

注意事项：

- 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
- 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
- 考试结束后，将答题卡交回。

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

- 设全集  $U = \{x | x > 0\}$ ,  $M = \{x | 1 < e^x < e^2\}$ , 则  $\complement_U M =$   
 A.  $(1, 2)$       B.  $(2, +\infty)$       C.  $(0, 1] \cup [2, +\infty)$       D.  $[2, +\infty)$
- 已知  $i$  为虚数单位，复数  $z$  满足  $z \cdot i = 1 + 2i$ , 则  $z$  的共轭复数为  
 A.  $2 - i$       B.  $1 - 2i$   
 C.  $2 + i$       D.  $i - 2$
- 已知两个力  $F_1 = (1, 2)$ ,  $F_2 = (-2, 3)$  作用于平面内某静止物体的同一点上，为使该物体仍保持静止，还需给该物体同一点上再加上一个力  $F_3$ , 则  $F_3 =$   
 A.  $(1, -5)$       B.  $(-1, 5)$       C.  $(5, -1)$       D.  $(-5, 1)$
- 甲、乙、丙三位客人在参加中国（绵阳）科技城国际科技博览会期间，计划到绵阳的九皇山、七曲山大庙两个景点去参观考察，由于时间关系，每个人只能选择一个景点，则甲、乙、丙三人恰好到同一景点旅游参观的概率为  
 A.  $\frac{1}{8}$       B.  $\frac{1}{4}$       C.  $\frac{3}{8}$       D.  $\frac{1}{2}$
- 已知  $\alpha$  为任意角，则 “ $\cos 2\alpha = \frac{1}{3}$ ” 是 “ $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ” 的  
 A. 充分不必要条件      B. 必要不充分条件  
 C. 充要条件      D. 既不充分也不必要
- 若  $(ax - \frac{1}{x})^5$  的展开式中各项系数的和为1，则该展开式中含  $x^3$  项的系数为  
 A. -80      B. -10      C. 10      D. 80

7. 已知某产品的销售额  $y$  与广告费用  $x$  之间的关系如下表：

$x$ (单位：万元)	0	1	2	3	4
$y$ (单位：万元)	10	15	$m$	30	35

若根据表中的数据用最小二乘法求得  $y$  对  $x$  的回归直线方程为  $y = 6.5x + 9$ , 则下列说法中错误的是

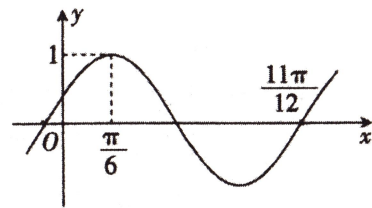
- $m$  的值是 20
  - 该回归直线过点  $(2, 22)$
  - 产品的销售额与广告费用成正相关
  - 当广告费用为 10 万元时，销售额一定为 74 万元
- 双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的右焦点为  $F$ , 过  $F$  作与双曲线的两条渐近线平行的直线且与渐近线分别交于  $A, B$  两点，若四边形  $OAFB$  ( $O$  为坐标原点) 的面积为  $bc$ , 则双曲线的离心率为  
 A.  $\sqrt{2}$       B. 2      C.  $\sqrt{3}$       D. 3
  - 小明与另外 2 名同学进行“手心手背”游戏，规则是：3 人同时随机等可能选择手心或手背中的一种手势，规定相同手势人数多者每人得 1 分，其余每人得 0 分。现 3 人共进行了 4 次游戏，记小明 4 次游戏得分之和为  $X$ , 则  $X$  的期望为  
 A. 1      B. 2      C. 3      D. 4
  - 已知圆  $C: x^2 + y^2 - 6x - 8y - 41 = 0$ , 点  $M, N$  在圆  $C$  上，平面上一动点  $P$  满足  $|PM| = |PN|$  且  $PM \perp PN$ , 则  $|PC|$  的最大值为  
 A. 8      B.  $8\sqrt{2}$       C. 4      D.  $4\sqrt{2}$
  - 已知  $f(x)$  为偶函数，且当  $x \geq 0$  时， $f(x) = x \cos x - \sin x + \frac{1}{3}x^3$ , 则满足不等式  $f(\log_2 m) + f(\log_{\frac{1}{2}} m) < 2f(1)$  的实数  $m$  的取值范围为  
 A.  $(\frac{1}{2}, 2)$       B.  $(0, 2)$       C.  $(0, \frac{1}{2}) \cup (1, 2)$       D.  $(2, +\infty)$
  - 函数  $f(x) = (2ax - 1)^2 - \log_a(ax + 2)$  在区间  $[0, \frac{1}{a}]$  上恰有一个零点，则实数  $a$  的取值范围是  
 A.  $(\frac{1}{3}, \frac{1}{2})$       B.  $[3, +\infty)$       C.  $(1, 2) \cup [3, +\infty)$       D.  $[2, 3)$

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分。

13. 直线  $l_1: ax-(a+1)y-1=0$  与直线  $4x-6y+3=0$  平行，则实数  $a$  的值是\_\_\_\_\_。

14. 法国数学家布丰提出一种计算圆周率  $\pi$  的方法——随机投针法。受其启发，我们设计如下实验来估计  $\pi$  的值：先请200名同学每人随机写下一个横、纵坐标都小于1的正实数对  $(x, y)$ ；再统计两数的平方和小于1的数对  $(x, y)$  的个数  $m$ ；最后再根据统计数  $m$  来估计  $\pi$  的值。已知某同学一次试验统计出  $m=156$ ，则其试验估计  $\pi$  为\_\_\_\_\_。

15. 函数  $y = \sin(\omega x + \varphi)$  ( $\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$ ) 的图象如右图所示，则  $f(x)$  在区间  $[-\pi, \pi]$  上的零点之和为\_\_\_\_\_。



16. 过点  $M(-1, 0)$  的直线  $l$  与抛物线  $C: y^2=4x$  交于  $A, B$  两点 ( $A$  在  $M, B$  之间)， $F$  是抛物线  $C$  的焦点，

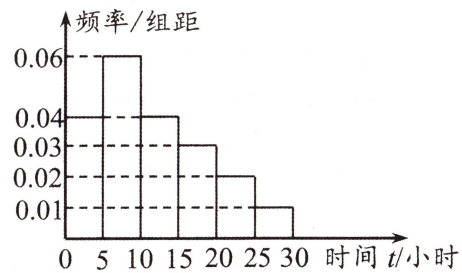
点  $N$  满足： $\overrightarrow{NA} = 5\overrightarrow{AF}$ ，则  $\triangle ABF$  与  $\triangle AMN$  的面积之和的最小值是\_\_\_\_\_。

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17~21题为必考题，每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共60分。

17. (12分)

每年的4月23日为“世界读书日”，某调查机构对某校学生做了一个是否喜爱阅读的抽样调查。该调查机构从该校随机抽查了100名不同性别的学生（其中男生45名），统计了每个学生一个月的阅读时间，其阅读时间  $t$  (小时) 的频率分布直方图如图所示：



(1) 求样本学生一个月阅读时间  $t$  的中位数  $m$ 。

(2) 已知样本中阅读时间低于  $m$  的女生有30名，请根据题目信息完成下面的  $2 \times 2$  列联表，并判断能否在犯错误的概率不超过0.1的前提下认为阅读与性别有关。

$2 \times 2$  列联表

	男	女	总计
$t \geq m$			
$t < m$			
总计			

附表：

$P(K^2 \geq k_0)$	0.15	0.10	0.05
$k_0$	2.072	2.706	3.841

其中：
$$K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

18. (12分)

已知等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ，且满足  $a_1+a_2=0, S_6=24$ 。各项均为正数的等比数列  $\{b_n\}$  满足  $b_1+b_2=a_4+1, b_3=S_4$ 。

(1) 求  $a_n$  和  $b_n$ ；

(2) 求和： $T_n = 1 + (1+b_1) + (1+b_1+b_2) + \dots + (1+b_1+b_2+\dots+b_{n-1})$ 。

19. (12分)

在  $\triangle ABC$  中，内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ 。已知  $(\sin A + \sin B)(a-b) = c(\sin C + \sin B)$ 。

(1) 求  $A$ ；

(2) 若  $D$  为  $BC$  边上一点，且  $AD \perp BC, BC = 2\sqrt{3}AD$ ，求  $\sin B$ 。

20. (12分)

已知椭圆  $C: \frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ ，直线  $l$  交椭圆  $C$  于  $A, B$  两点。

(1) 若点  $P(-1, 1)$  满足  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OP} = \mathbf{0}$  ( $O$  为坐标原点)，求弦  $AB$  的长；

(2) 若直线  $l$  的斜率不为0且过点  $(2, 0)$ ， $M$  为点  $A$  关于  $x$  轴的对称点，点  $N(n, 0)$  满足  $\overrightarrow{MN} = \lambda \overrightarrow{NB}$ ，求  $n$  的值。

21. (12分)

已知函数  $f(x) = 2\ln x + \frac{1}{2}x^2 - ax$ ，其中  $a \in \mathbf{R}$ 。

(1) 讨论函数  $f(x)$  的单调性；

(2) 设函数  $f(x)$  有两个极值点  $x_1, x_2$  (其中  $x_2 > x_1$ )，若  $f(x_2) - f(x_1)$  的最大值为  $2\ln 2 - \frac{3}{2}$ ，求实数  $a$  的取值范围。

(二) 选考题：共10分。请考生在第22、23题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题记分。

22. [选修4—4：坐标系与参数方程] (10分)

在平面直角坐标系中，曲线  $C_1$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 1 + r \cos \varphi \\ y = r \sin \varphi \end{cases}$  ( $r > 0, \varphi$  为参数)，以

坐标原点  $O$  为极点， $x$  轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线  $C_1$  经过点  $P(2, \frac{\pi}{3})$ ，曲线  $C_2$

的直角坐标方程为  $x^2 - y^2 = 1$ 。

(1) 求曲线  $C_1$  的普通方程，曲线  $C_2$  的极坐标方程；

(2) 若  $A(\rho_1, \alpha), B(\rho_2, \alpha - \frac{\pi}{6})$  是曲线  $C_2$  上两点，当  $\alpha \in (0, \frac{\pi}{4})$  时，求  $\frac{1}{|OA|^2} + \frac{1}{|OB|^2}$

的取值范围。

23. [选修4—5：不等式选讲] (10分)

已知关于  $x$  的不等式  $|x+1| - |2x-1| \leq \log_{\frac{1}{2}} a$ ，其中  $a > 0$ 。

(1) 当  $a=4$  时，求不等式的解集；

(2) 若该不等式对  $x \in \mathbf{R}$  恒成立，求实数  $a$  的取值范围。



绵阳市高中2017级第二次诊断性考试  
理科数学答题卡(A)

姓名 \_\_\_\_\_ 班级 \_\_\_\_\_

考号 

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

贴条形码区(监考员贴)  
(正面朝上切勿贴出虚线框外)

考生禁填 (填涂说明: 缺考考生由监考员贴条形码, 并用2B铅笔填涂右边缺考标记)

注意事项

- 答题前, 考生先将自己的姓名、班级、考号用0.5毫米的黑色墨水签字笔填写清楚, 并认真核对条形码上的学校、姓名、考号。
- 选择题使用2B铅笔填涂, 非选择题用0.5毫米的黑色墨水签字笔书写, 字体工整、笔迹清楚; 按照题号顺序在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域书写的答案无效; 在草稿纸、试题卷上答题无效。
- 保持卡面清洁, 不要折叠, 不要损坏; 选择题修改时用橡皮擦擦干净, 不留痕迹。其他试题修改禁用涂改液和不干胶条。
- 填涂示例: 正确填涂法  错误填涂法

选择题 (考生须用2B铅笔填涂)

1 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D	6 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D	11 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D
2 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D	7 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D	12 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D
3 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D	8 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D	
4 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D	9 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D	
5 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D	10 <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D	

非选择题 (考生须用0.5毫米的黑色墨水签字笔书写)

二、选择题 (20分)

13. \_\_\_\_\_ 14. \_\_\_\_\_  
15. \_\_\_\_\_ 16. \_\_\_\_\_

三、解答题 (70分)

17. (12分)

(1)

(2)  $2 \times 2$ 列联表

	男	女	总计
$t \geq m$			
$t < m$			
总计			

请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效  
理科数学答题卡 第1页 共6页

请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效

18. (12分)

请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效  
理科数学答题卡 第2页 共6页

请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效

19. (12分)

请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效  
理科数学答题卡 第3页 共6页

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

20. (12分)

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

21. (12分)

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

选考题 请考生从给出的22、23两题中任选一题作答，并用2B铅笔在答题卡上把所选题的题号涂黑，注意选做题目的题号必须与所涂题号一致，如果多做，则按所做的第一题记分。  
我所选择的题号是  22  23

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

理科数学答题卡 第4页 共6页

绵阳市教育科学研究所 监制

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

理科数学答题卡 第5页 共6页

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

理科数学答题卡 第6页 共6页