成都市2017级高中毕业班第一次诊断性检测

数学(文科)参考答案及评分意见

第Ⅰ卷 (选择题,共60分)

一、选择题:(每小题5分,共60分)

1.B; 2.D; 3.C; 4.D; 5.A; 6.D; 7.C; 8.A; 9.B; 10.C; 11.B; 12.A.

第Ⅱ卷 (非选择题,共90分)

二、填空题:(每小题5分,共20分)

13.6; 14. 3^n; 15. $\frac{\pi}{6}$; 16. $\sqrt{6}\pi$.

三、解答题:(共70分)

17.**解:**(Ⅰ)$\because b^2+c^2-a^2=2bc\cos A$,$\therefore 2bc\cos A=\frac{4\sqrt{2}}{3}bc$. ……2分

$\therefore \cos A=\frac{2\sqrt{2}}{3}$. ……4分

$\therefore$在$\triangle ABC$中,$\sin A=\sqrt{1-\cos^2 A}=\frac{1}{3}$. ……6分

(Ⅱ)$\because \triangle ABC$的面积为$\sqrt{2}$,即$\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{6}bc=\sqrt{2}$, ……7分

$\therefore bc=6\sqrt{2}$. ……8分

又$\because \sqrt{2}\sin B=3\sin C$,由正弦定理得$\sqrt{2}b=3c$,

$\therefore b=3\sqrt{2}$,$c=2$. ……10分

则$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A=6$,$\therefore a=\sqrt{6}$. ……11分

$\therefore \triangle ABC$的周长为$2+3\sqrt{2}+\sqrt{6}$. ……12分

18. **解:**(Ⅰ)由题,2×2列联表如下:

	属于"追光族"	属于"观望者"	合 计
女性员工	20	40	60
男性员工	20	20	40
合 计	40	60	100

……2分

$\because K^2=\frac{100\,(20\times 20-20\times 40)^2}{40\times 60\times 40\times 60}=\frac{25}{9}\approx 2.778<3.841$, ……4分

$\therefore$没有95%的把握认为该公司员工属于"追光族"与"性别"有关. ……5分

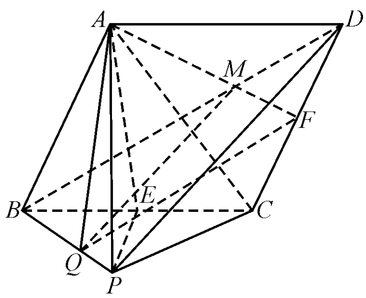
(Ⅱ)设人事部的这 6 名中的 3 名"追光族"分别为"a,b,c",3 名"观望者" 分别为"A,B,C". 则从人事部的这 6 名中随机抽取 3 名的所有可能情况有"a,b,c;a,b,A;a,b,B;a,b,C;a,c,A;a,c,B;a,c,C;b,c,A;b,c,B;b,c,C;a,A,B;a,A,C;a,B,C;b,A,B;b,A,C;b,B,C;c,A,B;c,A,C;c,B,C;A,B,C "共 20 种.

……8 分

其中,抽取到的 3 名中恰有 1 名属于"追光族"的所有可能情况有"a,A,B;a,A,C;a,B,C;b,A,B;b,A,C;b,B,C;c,A,B;c,A,C;c,B,C "共 9 种. ……11 分

∴抽取到的 3 名中恰有 1 名属于"追光族"的概率 $P=\frac{9}{20}$. ……12 分

19. **解**:(Ⅰ)如图,连接 AC.



∵底面 $ABCD$ 为菱形,且 $\angle ABC=60^{\circ}$,

∴三角形 ABC 为正三角形.

∵ E 为 BC 的中点,∴ $BC\perp AE$. ……2 分

又∵ $AP\perp$ 平面 PBC,$BC\subset$ 平面 PBC,

∴ $BC\perp AP$. ……4 分

∵ $AP\cap AE=A$,$AP,AE\subset$ 平面 PAE,

∴ $BC\perp$ 平面 PAE. ……6 分

(Ⅱ)连接 BD 交 AF 于点 M,连接 QM.

∵ F 为 CD 的中点,∴在底面 $ABCD$ 中,$\frac{DM}{MB}=\frac{DF}{AB}=\frac{1}{2}$,∴ $\frac{DM}{DB}=\frac{1}{3}$. ……8 分

∴ $\frac{PQ}{PB}=\frac{DM}{DB}=\frac{1}{3}$,∴在三角形 BPD 中,$PD\parallel QM$. ……10 分

又∵ $QM\subset$ 平面 QAF,$PD\not\subset$ 平面 QAF,

∴ $PD\parallel$ 平面 QAF. ……12 分

20. **解**:(Ⅰ) $f'(x)=\frac{a-1}{x}+1-\frac{a}{x^2}=\frac{x^2+(a-1)x-a}{x^2}=\frac{(x-1)(x+a)}{x^2}$. ……1 分

∵ $x>0$,$a\in\mathbf{R}$,

∴当 $a\geqslant 0$ 时,$x+a>0$,函数 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 内单调递减,在 $(1,+\infty)$ 内单调递增;

……2 分

当 $-1<a<0$ 时,$0<-a<1$,函数 $f(x)$ 在 $(0,-a)$ 内单调递增,
在 $(-a,1)$ 内单调递减,在 $(1,+\infty)$ 内单调递增; ……3 分

当 $a=-1$ 时,$f'(x)=\frac{(x-1)^2}{x^2}\geqslant 0$,函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 内单调递增;

……4 分

当 $a<-1$ 时,$-a>1$,函数 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 内单调递增,在 $(1,-a)$ 内单调递减,
在 $(-a,+\infty)$ 内单调递增. ……5 分

(Ⅱ)当 $a=2$ 时,$f(x)=\ln x+x+\frac{2}{x}$,$f'(x)=\frac{1}{x}+1-\frac{2}{x^2}$,$x\in[1,2]$.

∴ $f(x)-f'(x)-x-\frac{2}{x}=\ln x-\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}-1$. ……6 分

令 $h(x)=\ln x-\dfrac{1}{x}+\dfrac{2}{x^2}-1$，则 $h'(x)=\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{4}{x^3}=\dfrac{x^2+x-4}{x^3}$． ……7 分

令 $u(x)=x^2+x-4$，∵函数 $u(x)$ 在 $[1,2]$ 内单调递增，$u(1)<0$，$u(2)>0$，

……8 分

∴存在唯一的 $x_0\in(1,2)$，使得 $h'(x_0)=0$. ……9 分

∵当 $x\in(1,x_0)$ 时，$h'(x_0)<0$；当 $x\in(x_0,2)$ 时，$h'(x_0)>0$；

∴函数 $h(x)$ 在 $(1,x_0)$ 内单调递减，在 $(x_0,2)$ 内单调递增． ……10 分

又∵ $h(1)=0$，$h(2)=\ln 2-1<0$， ……11 分

∴ $h(x)_{\max}=0$，即 $f(x)-f'(x)\leqslant x+\dfrac{2}{x}$ 对任意的 $x\in[1,2]$ 都成立.

……12 分

21. **解**：(Ⅰ)由题，$F(1,0)$，令直线 AB：$x=my+1(m\in\mathbf{R})$，$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$．

联立 $\begin{cases}x=my+1\\ \dfrac{x^2}{2}+y^2=1\end{cases}$，消去 x，得 $(m^2+2)y^2+2my-1=0$.

∵ $\Delta=4m^2+4(m^2+2)>0$，$y_1+y_2=-\dfrac{2m}{m^2+2}$，$y_1y_2=-\dfrac{1}{m^2+2}$， ……2 分

∴ $|y_1-y_2|=\sqrt{(y_1-y_2)^2}=\sqrt{(y_1+y_2)^2-4y_1y_2}=\dfrac{2\sqrt{2}\cdot\sqrt{m^2+1}}{m^2+2}$． ……3 分

∴四边形 $OAHB$ 的面积 $S=\dfrac{1}{2}|OH|\cdot|y_1-y_2|=|y_1-y_2|=\dfrac{2\sqrt{2}\cdot\sqrt{m^2+1}}{m^2+2}$．

……4 分

令 $\sqrt{m^2+1}=t$，∴ $t\geqslant 1$，∴ $S=\dfrac{2\sqrt{2}t}{t^2+1}=\dfrac{2\sqrt{2}}{t+\dfrac{1}{t}}$.

∵ $t+\dfrac{1}{t}\geqslant 2$(当且仅当 $t=1$ 即 $m=0$ 时取等号)，∴ $0<S\leqslant\sqrt{2}$． ……5 分

∴四边形 $OAHB$ 面积的取值范围为 $(0,\sqrt{2}]$． ……6 分

(Ⅱ)∵ $H(2,0)$，$F(1,0)$，∴ $E(\dfrac{3}{2},0)$． ……7 分

∴直线 BE 的斜率 $k=\dfrac{y_2}{x_2-\dfrac{3}{2}}$，直线 BE 的方程为 $y=\dfrac{y_2}{x_2-\dfrac{3}{2}}(x-\dfrac{3}{2})$． ……8 分

令 $x=2$ 得，$y_D=\dfrac{\dfrac{1}{2}y_2}{my_2-\dfrac{1}{2}}$．……① ……9 分

由(Ⅰ)，$y_1+y_2=-\dfrac{2m}{m^2+2}$，$y_1y_2=-\dfrac{1}{m^2+2}$．

∴ $y_1+y_2=2my_1y_2$，$my_2=\dfrac{y_1+y_2}{2y_1}=\dfrac{1}{2}+\dfrac{y_2}{2y_1}$． ……10 分

化简①,得 $y_D=\dfrac{\frac{1}{2}y_2}{my_2-\frac{1}{2}}=\dfrac{\frac{1}{2}y_2}{\frac{1}{2}+\frac{y_2}{2y_1}-\frac{1}{2}}=y_1$. ……11 分

∴直线 AD 与 x 轴平行. ……12 分

22.**解**:(Ⅰ)由题,知点 Q 的轨迹是以(2,0)为圆心,2 为半径的圆. ……2 分

∴曲线 C_2 的方程为$(x-2)^2+y^2=4$. ……3 分

∵ $\rho^2=x^2+y^2$, $x=\rho\cos\theta$, $y=\rho\sin\theta$,

∴曲线 C_1 的极坐标方程为 $\rho=4\sin\theta$, ……4 分

曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho=4\cos\theta$. ……5 分

(Ⅱ)在极坐标系中,设点 A,B 的极径分别为 ρ_1,ρ_2.

∴ $|AB|=|\rho_1-\rho_2|=4|\sin\frac{\pi}{6}-\cos\frac{\pi}{6}|=2(\sqrt{3}-1)$. ……7 分

又∵点 $M(3,\frac{\pi}{2})$ 到射线 $\theta=\frac{\pi}{6}(\rho\geqslant 0)$ 的距离为 $h=3\sin\frac{\pi}{3}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$. ……9 分

∴ $\triangle MAB$ 的面积 $S=\frac{1}{2}|AB|\cdot h=\frac{9-3\sqrt{3}}{2}$. ……10 分

23.**解**:(Ⅰ)原不等式化为 $|x-3|\geqslant 4-|2x+1|$,即 $|2x+1|+|x-3|\geqslant 4$.

……1 分

当 $x\leqslant-\frac{1}{2}$ 时,不等式化为 $-2x-1-x+3\geqslant 4$,解得 $x\leqslant-\frac{2}{3}$,故 $x\leqslant-\frac{2}{3}$;

……2 分

当 $-\frac{1}{2}<x<3$ 时,不等式化为 $2x+1-x+3\geqslant 4$,解得 $x\geqslant 0$,故 $0\leqslant x<3$;

……3 分

当 $x\geqslant 3$ 时,不等式化为 $2x+1+x-3\geqslant 4$,解得 $x\geqslant 2$,故 $x\geqslant 3$. ……4 分

∴原不等式的解集为 $\{x\mid x\leqslant-\frac{2}{3}$ 或 $x\geqslant 0\}$. ……5 分

(Ⅱ)∵ $f(x)=|x-3|$,

∴ $|x+\frac{3}{2}|-f(x)=|x+\frac{3}{2}|-|x-3|\leqslant|(x+\frac{3}{2})-(x-3)|=\frac{9}{2}$,

当且仅当 $(x+\frac{3}{2})(x-3)\geqslant 0$ 且 $|x+\frac{3}{2}|\geqslant|x-3|$ 时取等号. ……7 分

又∵ $\frac{1}{m}+\frac{4}{n}=2(m>0,n>0)$,

∴ $m+n=\frac{1}{2}(m+n)(\frac{1}{m}+\frac{4}{n})=\frac{1}{2}(5+\frac{n}{m}+\frac{4m}{n})\geqslant\frac{1}{2}(5+2\sqrt{\frac{n}{m}\cdot\frac{4m}{n}})=\frac{9}{2}$,

当且仅当 $\frac{n}{m}=\frac{4m}{n}$ 时取等号. ……9 分

∴ $m+n\geqslant|x+\frac{3}{2}|-f(x)$ 成立. ……10 分